

*Синицын Сергей Александрович,*

*доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой*

*«Теоретическая и прикладная механика»*

*Российского университета транспорта (РУТ(МИИТ))*

## **ПОГРЕШНОСТЬ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ, ЗАДАННОЙ КИНЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**

**Аннотация:** В статье рассматривается вопрос оценки погрешности кинематической поверхности, которая формируется, как результат суперпозиции погрешностей формообразующих линейных и точечных геометрических объектов. Эти объекты составляют параметрический базис, на основе которого оценивается полнота задания геометрических свойств кинематической поверхности. Решение основной задачи построения параметрического базиса может быть выполнено непосредственно на оригинале или на его изображении, построенном на плоскостях проекций. Все элементы, принадлежащие основным плоскостям проекций, считаются вполне заданными элементами нулевого класса. К элементам нулевого класса также относятся и сами плоскости проекций. Выбор основных плоскостей проекций произволен, например, в случае задания поверхности в форме Безье в качестве основных выбираются плоскости, включающие любые грани характеристического многогранника. Остальные грани и вершины задаются как расширения, построенные относительно базисного четырехгранника.

**Ключевые слова:** кинематическая поверхность, формообразующие элементы, погрешность формы, характеристический триэдр, задание формы образующей, энтропийная погрешность, суперпозиция погрешностей.

**Annotation:** The article considers the question of estimating the error of the kinematic surface, which is formed because of a superposition of errors in the formative linear and point geometric objects. These objects constitute a parametric basis, on the basis of which the completeness of the geometric properties of the kinematic surface is estimated. The main task of constructing a parametric basis can be solved directly on the original or on its image built on projection planes. All elements belonging to the main planes of the projections are considered to be completely given elements of the zero class. Elements of the zero class also include the projection planes themselves. The choice of the main planes of the projections is arbitrary, for example, in the case of specifying a surface in the Bezier shape, the planes including any faces of the characteristic polyhedron are selected as the main ones. The remaining faces and vertices are defined as extensions constructed with respect to the basic tetrahedron.

**Keywords:** kinematic surface, form-forming elements, form error, characteristic trihedron, specifying the form of the generatrix, entropy error, superposition of errors.

На практике часто приходится встречать кинематические поверхности, у которых форма образующей изменяется по определенному закону при перемещении вдоль направляющей (рис.1). Закон изменения формы задается либо дискретным каркасом поперечных (относительно направляющей) сечений, либо аналитическими характеристиками. И в том и в другом случаях в модель поверхности, заданную определителем:

$$D=[m,n]\wedge[A], (1)$$

вносится дополнительная погрешность, связанная с точностью моделирования управляющих характеристик [1; 2; 3, с. 85] и их количеством:

$$m=f(U_1, U_2, \dots, U_k), (2)$$

где  $U_i$ - управляющие параметры образующей.

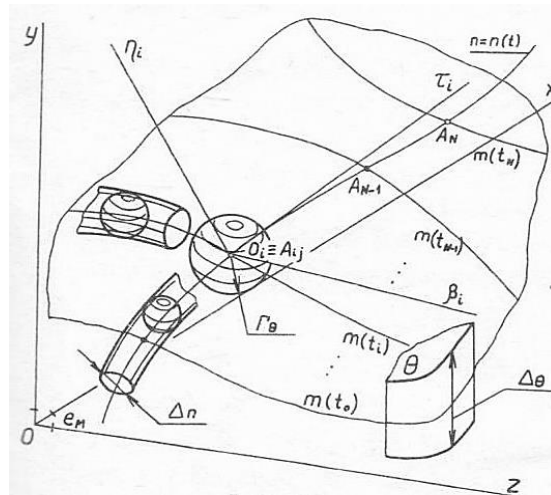


Рис.1.Рабочая модель кинематической поверхности

Каждый параметр  $U_i$  в соотношении (2) задается аналитически, либо дискретно - множеством точек  $B_j^{(i)} = U_i(t_j)$  вдоль направляющей  $n=n(t)$ , где  $t$  – независимый параметр. В первом случае погрешность задания характеристики  $U_i(t)$  (рис.2) зависит от минимальной метрики параметра  $t$ , во втором случае от метрики и «частоты» задания узловых точек, а также метода их аппроксимации [4, с. 192].

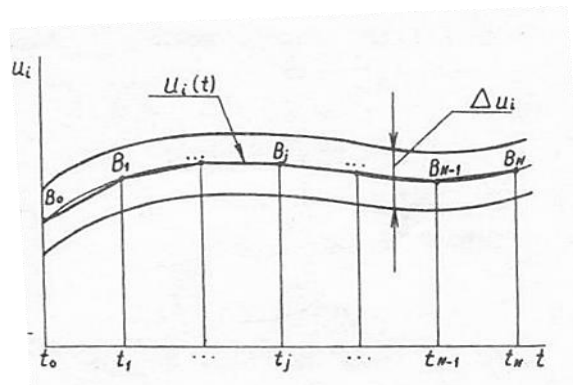


Рис.2.Схема дискретного задания управляющей характеристики

Множеству параметров управления  $\{U_i\}$ ,  $i=1,2,\dots,k$ , где  $k$  – количество управляющих функций, соответствует множество энтропийных диапазонов  $\{\Delta_{u_i}\}$  (рис.2), характеризующих равномерно распределенную погрешность задания управляющих функций. Причем следует считать параметры  $\{U_i\}$  независимыми [5; 6, с. 234]. Тогда суммарная погрешность их задания определится по формуле:

$$\Delta_U = 2k_U \sigma_U, \quad (3)$$

где  $k_U$  – суммарный энтропийный коэффициент распределений погрешностей

задания управляющих функций;

$\sigma_U$  – суммарное СКО тех же распределений:

$$\sigma_U = \sqrt{\sum_{i=1}^k \sigma_{U_i}^2} \quad (4)$$

или

$$\sigma_U = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{\Delta_{U_i}^2}{4k_{U_i}^2}}, \quad (5)$$

где  $\Delta_{U_i}$  – энтропийные погрешности задания управляющих функций;

$k_{U_i}$  – энтропийные коэффициенты составляющих.

С учетом (3) формула суммарной погрешности запишется:

$$\Delta_U = k_U = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{\Delta_{U_i}^2}{k_{U_i}^2}}. \quad (6)$$

Энтропийные погрешности  $\Delta_{U_i}$  могут быть вычислены по известным информационным параметрам точности задания управляющих характеристик  $\text{Inf}(P_{U_i})$ :

$$\Delta_{U_i} = \exp[\ln(L_n) - \ln f(P_{U_i})], \quad (7)$$

где  $L_n$  – длина направляющей  $n$  (рис.1).

Суммарная погрешность моделирования образующей включает две составляющие: погрешность моделирования контура образующей и погрешность задания управляющих функций (6):

$$\Delta_m = 2k_m \sqrt{\sigma_{m_0}^2 + \sigma_U^2}, \quad (8)$$

где  $\sigma_{m_0}$  – СКО распределения погрешностей моделирования контура образующей.

С учетом (5) формула (8) запишется:

$$\Delta_m = k_m \sqrt{\frac{\Delta_{m_0}^2}{k_{m_0}^2} + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_{U_i}^2}{k_{U_i}^2}}, \quad (9)$$

где  $k_m$  – энтропийный коэффициент суммарного распределения погрешностей;  $k_{m_0}$  – энтропийный коэффициент распределения погрешностей моделирования контура образующей.

Предположим, что образующая  $m(t)$  связана с локальной системой координат, заданной базовым триэдром  $O_i \tau_i \eta_j \beta_j$ , который может вращаться вокруг оси  $O \tau_i$  при движении вдоль направляющей [7, с. 105]. Определим закон вращения характеристикой  $\varphi(t)$ , которая может быть задана теми же способами, что и характеристика управления  $U_i(t)$  (рис.2).

Энтропийная погрешность задания функции кручения может быть задана аналогично (7):

$$\Delta_\varphi = \exp[\ln(L_n) - \ln f(P_\varphi)], \quad (10)$$

где  $\ln f(P_\varphi)$  – информация о точности задания характеристики  $\varphi(t)$ .

Тогда, с учетом (9), суммарная энтропийная погрешность моделирования образующей определится соотношением:

$$\Delta_{m,\varphi} = k_{m,\varphi} \sqrt{\frac{\Delta_{m_0}^2}{k_{m_0}^2} + \frac{\Delta_\varphi^2}{k_\varphi^2} + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_{U_i}^2}{k_{U_i}^2}}, \quad (11)$$

где  $k_{m,\varphi}$  – энтропийный коэффициент суммарной погрешности моделирования образующей с учетом возможного кручения  $\varphi(t)$ ;  $k_\varphi$  – энтропийный коэффициент погрешности задания функции кручения.

Поверхность  $\theta$  может быть представлена [8, с. 69] каркасом линий двух семейств: мгновенных положений образующей  $\{m(t_i)\}$  и множеством линий  $\{n(v_j)\}$ , содержащим направляющую  $n$ . Поэтому каждая точка поверхности  $A_{ij} \in \theta$  есть инцидентия параметрических кривых:  $A_{ij} = m(t_i) \times n(v_j)$  в частности

$$A_{ij} = m(t_i) \times n \quad (12)$$

и погрешность задания точки  $A_{ij}$  определяется суперпозицией погрешностей

$$\Delta_{A_{ij}} = 2k_{\Sigma} \sqrt{\sigma_{m,\varphi}^2 + \sigma_n^2}, \quad (13)$$

где  $\sigma_n$  - СКО погрешностей моделирования направляющей  $n(t)$  [9, с. 74].

С учетом соотношения (12) суммарная погрешность (13) запишется

$$\Delta_{A_{ij}} = k_{\Sigma} \sqrt{\frac{\Delta_{m_0}^2}{k_{m_0}^2} + \frac{\Delta_{\varphi}^2}{k_{\varphi}^2} + \frac{\Delta_n^2}{k_n^2} + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_{U_i}^2}{k_{U_i}^2}}, \quad (14)$$

где  $k_{\Sigma}$ —энтропийный коэффициент суммарного распределения;

$k_n$ —энтропийный коэффициент распределения погрешностей моделирования направляющей.

В том случае, если все погрешности в правой части равенства (14) имеют нормальное распределение, то:

$$k_{\Sigma} = k_{m_0} = k_{\varphi} = k_{U_i} = k_n = \frac{\sqrt{2\pi e}}{2} \quad (15)$$

и формула (14) запишется в следующем виде:

$$\Delta_{A_{ij}} = \sqrt{\Delta_{m_0}^2 + \Delta_{\varphi}^2 + \Delta_n^2 + \sum_{i=1}^k \Delta_{U_i}^2}. \quad (16)$$

Погрешность  $\Delta_{A_{ij}}$  принимается за среднюю энтропийную погрешность моделирования поверхности  $\theta$ , заданной кинематическим методом:

$$\Delta_{\theta} = k_{\Sigma} \sqrt{\frac{\Delta_{m_0}^2}{k_{m_0}^2} + \frac{\Delta_{\varphi}^2}{k_{\varphi}^2} + \frac{\Delta_n^2}{k_n^2} + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta_{U_i}^2}{k_{U_i}^2}} \quad (17)$$

Если управляющие функции задаются с одинаковой точностью, то формула (17) несколько упрощается и для нормальных распределений погрешностей формообразующих элементов с учетом (15) принимает вид

$$\Delta_{\theta} = \sqrt{\Delta_{m_0}^2 + \Delta_{\varphi}^2 + \Delta_n^2 + k\Delta_U^2}. \quad (18)$$

В заключение следует отметить, что формулы погрешностей (17), (18) получены на основании приближенного метода [10, с. 25] оценок погрешностей моделирования кинематических поверхностей.

Для достижения более точных результатов необходимо исследовать влияние отдельных параметров управления ( $U_i, i=1,2,\dots,k$ ) и кручения  $\varphi(t)$  на

изменение формы образующей  $m(t)$  и установить при суммировании веса методом частных производных.

На основании полученных соотношений решаются прямые и обратные задачи геометрических расчетов, связанные с погрешностью моделирования кинематических процессов.

### **Библиографический список:**

1. Синицын С.А. Информационно-статистический метод оптимального моделирования гладких дифференциальных поверхностей при итерационном проектировании технических объектов на транспорте// монография. Москва: ФГАОУ ВО «Московский университет путей сообщения». РОАТ. 2017. 103с.

2. Гусарова О.Ф. Интерактивная информационная система как средство принятия правильного решения. Меридиан, 2020. №4(38), <http://meridian-journal.ru/>.

3. Левчук Т.В., Казаков М.С., Зверев А.С. Оптимизация систем массового обслуживания// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.84-87.

4. Левчук Т.В., Захаров К.О., Вороненков А.А. Системы управления измерениями// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.190-194.

5. Гусарова О.Ф. Прогрессивные методы применения графических аналогий для моделирования пластического формоизменения материала. Меридиан, 2020. №3(37), <http://meridian-journal.ru/>

6. Панченко В. А. Создание трёхмерных моделей солнечных теплофотоэлектрических модулей в системе автоматизированного проектирования // Инновации в сельском хозяйстве. Теоретический и научно-практический журнал, № (2) 27/2018, с. 232 – 238.

7. Панченко В.А. Моделирование теплофотоэлектрических модулей для энергоснабжения инфраструктурных объектов // Современные проблемы совершенствования работы железнодорожного транспорта: межвузовский

сборник научных трудов – Москва: Российский университет транспорта (МИИТ), 2018, с. 100 – 109.

8. Левчук Т.В., Втулкин М.Ю. Инновационные технологии на железнодорожном транспорте// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2012. №1. С.68-71.

9. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей // Электротехнологии и электрооборудование в АПК, 2019, 2 (35), с. 71 – 77.

10. Панченко В. А. Разработка комплекса современных средств изучения графических дисциплин. Монография, Москва: ФГАОУ ВО “Российский университет транспорта”. Российская открытая академия транспорта, 2019. ISBN 978-5-7473-0975-3.