

Синицын Сергей Александрович,

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой

«Теоретическая и прикладная механика»

Российский университет транспорта (РУТ(МИИТ))

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Аннотация: В статье рассматриваются вопросы моделирования и поэтапной конкретизации материального объекта, связанные с оптимальным решением инженерно-геометрических задач. В частности, так называемых, позиционных задач. Алгоритмы решения такого рода задач могут быть представлены последовательностью действий формирования исходных данных и расчета параметров математических моделей геометрических объектов, в результате которых поверхность сложной технической формы представляется дискретным каркасом точек или линий. Алгоритм решения определяет взаимозависимость следующих характеристических данных: состава исходных параметров и точности математического описания геометрического объекта; степени адекватности точечного множества модели реальному геометрическому объекту, а также итерационному процессу, осуществляющему анализ взаимоположения геометрических объектов и расчета их общей принадлежности; точности решения и затрат прочих ресурсов.

Ключевые слова: геометрическая модель, точность формы, погрешность моделирования, оптимальная модель, линейный и точечный каркас, аппроксимация дискретных множеств.

Annotation: The article discusses the issues of modeling and stage-by-stage specification of a material object related to the optimal solution of engineering-

geometric problems. In particular, the so-called positional tasks. Algorithms for solving such problems can be represented by a sequence of steps for generating the initial data and calculating the parameters of mathematical models of geometric objects, as a result of which the surface of a complex technical form is represented by a discrete frame of points or lines. The solution algorithm determines the interdependence of the following characteristic data: the composition of the initial parameters and the accuracy of the mathematical description of the geometric object; the degree of adequacy of the point set of the model to a real geometric object, as well as an iterative process that analyzes the relative positions of geometric objects and calculates their common affiliation; accuracy of the solution and the cost of other resources.

Keywords: geometric model, shape accuracy, modeling error, optimal model, linear and point frame, approximation of discrete sets.

Математические модели, построенные на основании полной системы дифференциальных и алгебраических уравнений, с применением точных зависимостей с большим количеством переменных параметров, обладают высокой точностью представления геометрической информации, и, наоборот, математические модели с минимальным количеством параметров в недостаточной мере отражают геометрические свойства объекта [1, с. 79]. С другой стороны, завышенные требования к точности приводят к значительному увеличению объема вычислений, а реализация таких алгоритмов – к накоплению погрешностей. Оба фактора нерационального подхода непосредственно связаны с увеличением материальных затрат на выполнение рабочего проекта изделия [2, с. 106].

Разрешение противоречия между перечисленными критериями возможно осуществить на основе оптимальных алгоритмов.

Постановка задачи оптимизации состава исходных параметров геометрической модели при решении инженерно-геометрических задач может быть следующей.

Имеется объект φ , метрические свойства которого описываются уравнением $F(g, P^*) \geq 0$, где P^* - заданная точность построения, g_i - совокупность параметров управления. На области допустимых значений параметров G требуется определить множество переменных параметров $g_i (g_i \in G)$ таких, чтобы в области допустимых значений выполнялось требование минимума затрат [3, с. 72]:

$$F(g_i, P_j) = \underset{g_i \in G}{extr} W(g_i), i = 1, 2, \dots, n, (1)$$

при условии соблюдения требуемой точности расчета и построения инциденции: $P_j \geq P^*$, где $j=1, 2, \dots, m$ принадлежит конкретному этапу; $W(g)$ – функция, экстремальное значение которой соответствует найденному решению $F(g^*)$ при условии соблюдения заданной точности P^* .

Аргументами такой функции являются: время, необходимое для итерационного процесса, связанного с анализом точечного базиса исходных геометрических объектов, участвующих в решении поставленной задачи; время, необходимое для воспроизведения результатов решений на графических устройствах отображения геометрической информации; объем оперативной памяти, необходимый для хранения геометрической информации.

Алгоритм поиска оптимального решения, реализованного последовательным вычислением (одним из известных методов) параметров результирующего элемента с оценкой его информационного содержания, включает в себя две задачи [4, с. 337]:

- оценки точности построения инциденции геометрических объектов (φ', φ'') при заданной погрешности их формообразования (прямая задача);
- формирования исходной информации геометрических объектов (φ', φ'') с учетом ограничений точности построения инциденции $(\varphi^* = \varphi \cap \varphi^*)$ - обратная задача [5; 6, с. 1256].

Рассмотрим алгоритм решения первой задачи.

В метрически определенном пространстве R^3 заданы геометрические объекты φ', φ'' своими точечными базисами (рис.1):

$$\varphi'(g_1 \rightarrow \xi_i^1 \in R^3, i = 1, 2, \dots, n);$$

$$\varphi''(g_2 \rightarrow \xi_j^1 \in R^3, j = 1, 2, \dots, m). \quad (2)$$

Необходимо оценить точность формообразования геометрического объекта как результата решения позиционной задачи: $(\varphi^* = \varphi \cap \varphi^*)$.

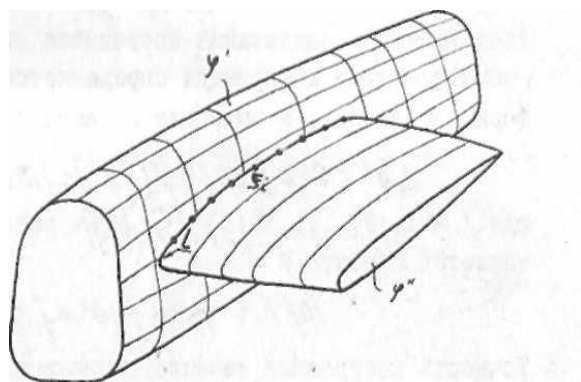


Рис.1. Задание геометрического объекта точечным базисом

Построение геометрического элемента φ^* выполняется с некоторой точностью, связанной с погрешностью задания геометрических объектов φ', φ'' , поэтому оценку решения поставленной задачи будем выполнять на основе исходной информации.

Приняв значения минимальных параметров дискретизации метрических характеристик равными ($e_x = e_y = e_z = e_m$), считаем, что законы распределения случайных погрешностей одинаковы по всем осям координат, а распределение рассеяния погрешностей точечных множеств носит сферический характер [1, с. 80].

В этом случае погрешность формообразования определяется зоной неопределенности, эквидистантной относительно номинальной характеристики геометрического объекта.

Оценку неопределенности будем выполнять на основании информационно-статистического метода согласно способу задания геометрических объектов [7, с. 234]:

$$\text{Inf}(P_{\varphi'}) = f(g_{\varphi'} \rightarrow \{\xi_i\} \in R^3, e_m), i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

где ξ_i - совокупность точек, аппроксимирующие формообразующие элементы геометрического объекта φ' .

Информация о точности формообразования геометрического объекта φ' определяется разностью логарифмов:

$$Inf(P_{\varphi'}) = \ln(g_{\varphi'}(\{S_i\}, \{m_i\})) - \ln(\Delta(g_{\varphi'}(\{S_i\}, \{m_i\}))), \quad (4)$$

где $g_{\varphi'}(\{S_i\}, \{m_i\})$ - совокупность метрических характеристик объекта φ' ;

$\Delta(g_{\varphi'}(\{S_i\}, \{m_i\}))$ - абсолютная погрешность формообразования метрических характеристик геометрического объекта φ .

На основании выражения (4) можно заметить, что, чем меньше погрешность формообразования геометрического объекта, тем выше его информационное содержание.

Максимальное информационное содержание объекта достигается в случаях минимального масштаба измерения координатных отрезков e_m . Из выражения (4) определяется абсолютная погрешность формообразования геометрического объекта φ' :

$$\Delta_{\varphi'} = \exp \left[\ln(g_{\varphi'}(\{S_i\}, \{m_i\})) \right] - Inf(P_{\varphi'}). \quad (5)$$

Аналогичные исследования проводятся для объекта φ'' : по заданной геометрической информации определяется информация о точности формообразования и вычисляется абсолютная погрешность:

$$\Delta_{\varphi''} = \exp \left[\ln(g_{\varphi''}(\{S_j\}, \{m_j\})) \right] - Inf(P_{\varphi''}), \quad (6)$$

где $j=1, 2, \dots, m$; $g_{\varphi''}(\{S_j\}, \{m_j\})$ - совокупность метрических характеристик объекта φ'' ;

$$Inf(P_{\varphi''}) = f(g_{\varphi''} \rightarrow \{\xi_i\} \in R^3, e_m). \quad (7)$$

Точность построения точечного множества инциденции $\varphi^*(g^* \rightarrow \xi_i^* \in R^3, i = 1, 2, \dots, k)$ определяется путем суммирования ее составляющих и в случае нормального закона распределения, которому подчиняются случайные геометрические величины, имеет вид

$$\Delta_{\varphi^*} = \sqrt{\Delta_{\varphi'}^2 + \Delta_{\varphi''}^2}. \quad (8)$$

Требование дифференцированного подхода к процессу конструирования геометрических объектов определяет требование контроля качества построения инциденции в заданном диапазоне [8, с. 52]:

$$\Delta_{\varphi^*,min} \leq \Delta_{\varphi^*} \leq \Delta_{\varphi^*,max}, \quad (9)$$

где Δ_{φ^*} - средняя величина зоны неопределенности построения инциденции, например, кривой $l = \varphi' \cap \varphi''$, измеренная по нормали в каждой ее точке $\xi_i(l \rightarrow f_i: \xi_i)$. Поэтому наиболее интересной и актуальной применительно к оптимальному решению позиционной задачи является задача формирования исходной информации, задающей свойства объектов φ' и φ'' , φ^* в зависимости от требуемой точности построения инциденции ($\varphi^* = \varphi' \cap \varphi''$).

Решение задачи связано с последовательным определением искомых параметров; вычислением информационного содержания точечного множества геометрических объектов: $Inf^*(\bar{G} = \{g_i\})$ и оценкой достоверности решения (9).

Абсолютная погрешность (Δ_l) кривой $l = \varphi' \cap \varphi''$ является суммарной погрешностью, вносимой участвующими в алгоритме построения инциденции, и включает в себя погрешность построения точечного множества (8) кривой:

$$\Delta_l = \sqrt{\Delta_{\varphi'}^2 + \Delta_{\varphi}^2 + \Delta_{l_{MM}}^2}. \quad (10)$$

Зафиксируем параметры геометрических объектов φ' и φ'' и будем считать, что объекты построены с точностью, определяемой масштабной единицей измерения e_m , равной 6σ , где σ - СКО нормального распределения погрешностей. С учетом энтропийной погрешности [9, с. 305] максимальная точность построения объектов соответствует значению $0,685e_m$. Отсюда погрешность метода моделирования кривой определяет точность построения:

$$\Delta_{l_{MM}}^* = \sqrt{(\Delta_l^*)^2 - 2(0,685e_m)^2}. \quad (11)$$

На основании предварительного количества узловых точек вычисляется погрешность построения кривой.

Достоверность решения определяется условием

$$\Delta_{l_{MM}} \leq \Delta_{l_{MM}}^*. \quad (12)$$

На рис.2 представлен графический способ построения промежуточных точек $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, положенный в основу алгоритма построения дуги кривой второго порядка, заданной опорными точками.

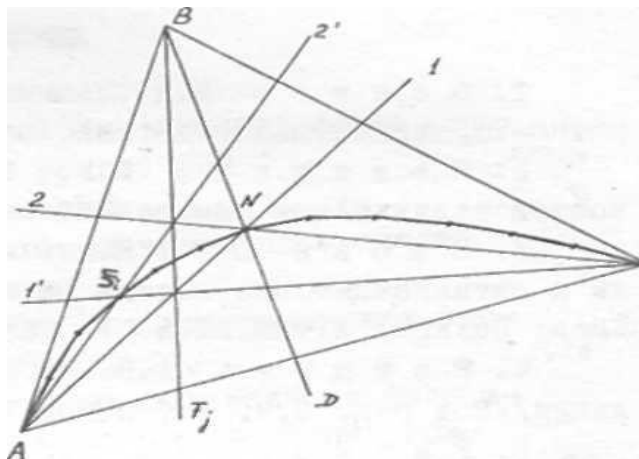


Рис.2. Графический алгоритм построения промежуточных точек

Библиографический список:

1. Синицын С.А. Информационно-статистический метод оптимального моделирования гладких дифференциальных поверхностей при итерационном проектировании технических объектов на транспорте// монография. Москва: ФГАОУ ВО «Московский университет путей сообщения». РОАТ. 2017. 103 с.

2. Панченко В.А. Моделирование теплофотоэлектрических модулей для энергоснабжения инфраструктурных объектов // Современные проблемы совершенствования работы железнодорожного транспорта: межвузовский сборник научных трудов – Москва: Российский университет транспорта (МИИТ), 2018, с. 100 – 109.

3. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей // Электротехнологии и электрооборудование в АПК, 2019, 2 (35), с. 71 – 77.

4. Гусарова О.Ф. Прогрессивные методы применения графических аналогий для моделирования пластического формоизменения материала. Меридиан, 2020.№3(37), <http://meridian-journal.ru/>.

5. Гусарова О.Ф. Интерактивная информационная система как средство принятия правильного решения. Меридиан, 2020.№4(38), <http://meridian-journal.ru/>.

6. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей различной конструкции // Экологическая, промышленная и энергетическая безопасность – 2019: сборник статей по материалам международной научно-практической конференции: “Экологическая, промышленная и энергетическая безопасность – 2019” (23 – 26 сентября 2019 г.) – Севастополь: СевГУ, 2019, с. 1255 – 1259.

7. Панченко В. А.. Создание трёхмерных моделей солнечных теплофотоэлектрических модулей в системе автоматизированного проектирования // Инновации в сельском хозяйстве. Теоретический и научно-практический журнал, № (2) 27/2018, с. 232 – 238.

8. Панченко В. А.. Разработка комплекса современных средств изучения графических дисциплин. Монография, Москва: ФГАОУ ВО “Российский университет транспорта”. Российская открытая академия транспорта, 2019. ISBN 978-5-7473-0975-3.

9. Киричев А.В., Климов Е.И., Панченко В.А. Обзор теплофотоэлектрических модулей как энергоэффективных установок солнечной энергетики // Эффективная энергетика – 2015. Материалы научно-практической конференции с международным участием 21 – 22 мая 2015 года. Издательство политехнического университета, Санкт – Петербург, 2015 г, с. 301 – 307.