УДК 51 **Математические науки**

Балыкина Юлия Юрьевна, *бакалавр, студент магистратуры,*
ОГПУ, Россия, Оренбург

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ НА ПРИМЕРЕ ТЕТРАЭДРА

Аннотация: Нарушение преемственности в школьном курсе геометрии является одной из важных проблем обучения данному предмету. Решение стереометрических задач невозможно без знаний планиметрии, которые обучающиеся могут забыть с течением времени. Решить эту проблему поможет повторение.

Ключевые слова: планиметрия, стереометрия, решение задач, тетраэдр, треугольник.

Annotation: Violation of continuity in the school course of geometry is one of the important problems of teaching this subject. Solving stereometric problems is impossible without knowledge of planimetry, which students may forget over time. Repetition will help to solve this problem.

Keywords: planimetry, stereometry, problem solving, tetrahedron, triangle.

Всем известно, что математика – фундаментальная наука. Это означает, что изучение каждого нового понятия в геометрии основано на знаниях того или иного, ранее изученного, материала. Таким образом, решение стереометрических задач невозможно без знаний не только стереометрии, но и планиметрии.

При изучении стереометрии необходимо иметь определённую базу знаний планиметрии. Изучение геометрии тетраэдра подразумевает умение оперировать рядом навыков решения треугольников, будь то определения, понятия, теоремы, свойства и многое другое; также некоторыми стереометрическими знаниями, например, расположение плоскостей, прямых в пространстве и прочее.

Таким образом, для того, чтобы успешно решать стереометрические задачи, необходимо уметь решать задачи планиметрии и обладать огромным количеством геометрических знаний. Но, к сожалению, зачастую, школьники сталкиваются с трудностями при решении стереометрических задач. Это связано с тем, что учащимися, со временем, утрачиваются или, иными словами, забываются некоторые знания планиметрии.

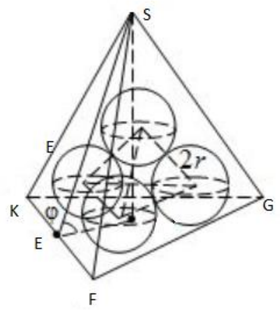
В некоторых учебниках по геометрии 10-11 классов, например, в учебнике А. Д. Александрова, сразу после введения основных аксиом и понятий стереометрии содержится некоторый материал для повторения планиметрии [1]. Туда вошли основные теоремы о треугольниках: теоремы Пифагора, синусов, косинусов, а также формула Герона и некоторые другие теоремы, и формулы, но не все, на наш взгляд, важные.

А в некоторых учебниках по геометрии 10-11 классов, например, Л. С. Атанасяна и А. В. Погорелова, совсем не предусматривается повторение курса планиметрии [2; 3]. Здесь сразу вводятся понятия, аксиомы и теоремы стереометрии. Следовательно, в этой школьной программе совсем не отводится времени на повторение. Учитывая то, что большинство учащихся учатся именно по этой школьной программе, можно сделать вывод, что некоторые из них забывают многие, ранее изученные ими в курсе планиметрии, знания. В последствии, когда при решении стереометрических задач необходимо применить элементарную теорему курса планиметрии, учащиеся её просто не помнят. Как правило, это теоремы о треугольниках и окружностях, а также их свойства и прочее.

Так как нарушена целостность преемственности построения курса геометрии в средней и старшей школе, у многих учащихся возникают трудности при решении некоторых задач курса стереометрии. Рассмотрим на примере задачи о тетраэдре, о чём идёт речь.

Задача. Четыре равных шара расположили внутри правильного тетраэдра так, что каждый из шаров обязательно касается трёх граней тетраэдра и трёх других шаров. Найдите радиусы этих шаров, если ребро тетраэдра равно $\sqrt{6}$.

Для решения данной задачи, сначала построим чертёж:



Решить данную задачу невозможно без знаний теорем и формул, которые изучаются в школе в курсе планиметрии. Докажем это в ходе решения данной задачи.

Начнём решение задачи с введения переменной. Пусть радиус каждого шара равен r. Тогда, соединив попарно центры сфер, как показано на чертеже, получим новый правильный тетраэдр, ребро которого будет равняться 2r, а центр которого совпадёт с центром искомого тетраэдра.

Рассмотрим трёхгранный угол с вершиной в точке S. Пусть шар радиуса r и центром в точке O_1 касается ребра KFS правильного тетраэдра KFGS в точке P. Тогда $O_1P = r$. Теперь мы можем найти расстояние от вершины тетраэдра до его центра OS, применив теорему, которая изучается лишь в курсе планиметрии. $OS = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times 6 = 1{,}5$.

Расстояние от центра шара до центра тетраэдра найдём, также применив теорему из курса планиметрии. $\mathrm{OO}_1 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times 2r\sqrt{6} = \frac{r\sqrt{6}}{2}$.

$OS_1 = OS - OO_1 = 1{,}5 - \frac{r\sqrt{6}}{2} = \frac{3 - r\sqrt{6}}{2}$.

Приняв за центр основания тетраэдра точку M, за середину ребра KF точку E, а угол между высотой тетраэдра и плоскостью его грани обозначив φ, мы можем рассмотреть треугольник SME. Этот треугольник является прямоугольным. С помощью применения очередной теоремы, которая изучается в курсе планиметрии, можно найти синус угла φ: $\sin\varphi = \frac{ME}{SE} = \frac{1}{3}$.

Из той же самой теоремы синусов следует, что отношение O_1P к синусу угла φ равно расстоянию от центра шара O_1 до вершины тетраэдра S. Отсюда находим, что радиус шара равен $\frac{6-\sqrt{6}}{10}$.

Итак, мы решили стереометрическую задачу, подобная которой может встретиться во второй части ЕГЭ. Но, как и предполагалось ранее, решение этой задачи было бы невозможно без знаний планиметрии также, как и практически любой стереометрической задачи. При решении данной задачи мы применяли теорему синусов, но существует множество других задач, где применяются теоремы Пифагора, косинусов, медиан, биссектрис, а также свойства вписанной и описанной окружностей и многие другие. Признаки равенства и подобия треугольников также часто встречаются при решении стереометрических задач. Получается, что некоторые из нужных и важных определений, свойств, признаков, теорем обучающиеся узнают в 7 классе, а применить их может получится даже на ЕГЭ. Поэтому, чтобы обучающиеся не забыли какую-либо важную информацию, её необходимо повторять.

К великому сожалению, школьной программой не предусмотрено должное внимание повторению знаний планиметрии перед началом изучения курса стереометрии. Эту проблему могут решить лишь дополнительные занятия, даже 3 часа которых смогут помочь создать целостность курса геометрии, организовать более высокий уровень преемственности геометрии и, тем самым, повысить успеваемость обучающихся по данному предмету.

Библиографический список:

1. Александров А. Д. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.

2. Атанасян Л. С. Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев. – 23-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.

3. Погорелов А. В. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и профил. уровни / А. В. Погорелов. – 13-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 175 с.