УДК 004.327 **Технические науки**

Анищук Екатерина Константиновна, *студент 3 курс, факультет «Повышения квалификации», Московский технический университет связи и информатики, Россия, г. Москва*

Гематудинов Ринат Арифулаевич, *научный руководитель, кандидат технических наук,*

доцент кафедры «Математическая кибернетика и информационные технологии», Московский технический университет связи и информатики Россия, г. Москва

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Аннотация: При описании невозмущенного движения КА вводятся различные инерциальные системы координат (СК). Как известно, инерциальной называется такая прямоугольная декартовая СК, начало которой помещается в некоторой неподвижной точке пространства, либо перемещается с постоянной скоростью, а направление осей относительно звезд неизменно. Выбранные для изучения движения КА в инерциальных СК могут обладать известной неравномерностью, важно только, чтобы их ускорения были бы пренебрежимо малы по сравнению с ускорением КА. Поэтому в ряде случаев для анализа движения КА в качестве инерциальных СК рассматриваются СК с центром в центре масс Солнца или какой-либо планеты, например, Земли. Название такой инерциальной СК связывается с названием того небесного тела, относительно которого ведется отсчет. В связи с этим рассматривают гелиоцентрические СК с началом в центре Солнца и планетоцентрические (геоцентрические) СК с началом в центре планеты (Земли). В соответствии с основной (опорной) плоскостью инерциальные СК делятся на экваториальные и эклиптические. Основной плоскостью в экваториальной СК является плоскость экватора планеты (Земли), а в эклиптической СК – плоскость эклиптики (плоскость орбиты Земли). Важной характеристикой системы координат является основная (опорная) ось СК, которая обозначается буквой «x» и направляется в сторону точки весеннего равноденствия планеты (Земли) на небесной сфере.

Ключевые слова: космический аппарат, орбитальная система координат, гринвичская система координат, абсолютная система координат, геоцентрическая сферическая система координат, начальные условия движения космического аппарата, система дифференциальных уравнений космического аппарата, центр управления полетами.

Annotation: When describing the unperturbed motion of the spacecraft, various inertial coordinate systems (IC) are introduced. As you know, such a rectangular Cartesian SC is called inertial, the origin of which is located at some fixed point in space, or moves at a constant speed, and the direction of the axes relative to the stars is invariable. The spacecraft selected for studying the spacecraft motion in inertial spacecraft may have a certain non-uniformity, it is only important that their accelerations are negligible compared to the spacecraft acceleration.Therefore, in a number of cases, for the analysis of spacecraft motion, the spacecraft with the center at the center of mass of the Sun or some planet, for example, the Earth, are considered as inertial SCs. The name of such an inertial SC is associated with the name of the celestial body relative to which the counting is conducted. In this regard, heliocentric SCs with a beginning at the center of the Sun and planetary (geocentric) SCs with a beginning at the center of the planet (Earth) are considered. In accordance with the main (reference) plane, inertial CS are divided into equatorial and ecliptic. The main plane in the equatorial SC is the plane of the equator of the planet (Earth), and in the ecliptic SC - the plane of the ecliptic (the plane of the Earth's orbit). An important characteristic of the coordinate system is the main (reference) axis of the SC, which is denoted by the letter "x" and is directed towards the vernal equinox of the planet (Earth) on the celestial sphere.

Keywords: spacecraft, orbital coordinate system, greenwich coordinate system, absolute coordinate system, geocentric spherical coordinate system, initial conditions of spacecraft motion, system of differential equations for spacecraft, mission control center

В качестве систем координат, в которых представлены СДУ движения центров масс КА используются следующие системы координат:

1. Экваториальная прямоугольная система координат(X_a,Y_a,Z_a);
2. Гринвичская прямоугольная система координат (x,y,z);
3. Геоцентрическая сферическая система координат;
4. Оскулирующая система координат;
5. Орбитальная система координат [2].

Экваториальная прямоугольная система координат (СК) X_a, Y_a, Z_a. Начало находится в центре масс Земли, в точке 0, ось X_a направлена в точку весеннего равноденствия ♈, ось Z_a совпадает с осью вращения Земли и направлена на Северный полюс Земли P, ось Y_a дополняет систему до правой, т.е. если с конца оси Z_a на плоскость X_a O Y_a, то поворот от оси X_a до оси Y_a происходит против часовой стрелки [1].

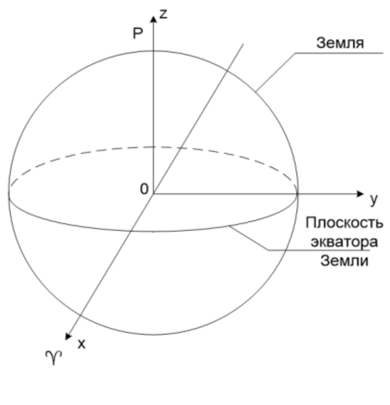

Рисунок 1. Экваториальная прямоугольная система координат

Гринвичская система координат xyz связана с вращающейся Землей. Начало СК находится в центре масс Земли точка О. Ось x направлена в точку пересечения гринвичского меридиана с плоскостью экватора Земли. Ось z совпадает с осью вращения Земли и направлена в сторону Северного полюса Земли P. Ось y дополняет систему до правой.

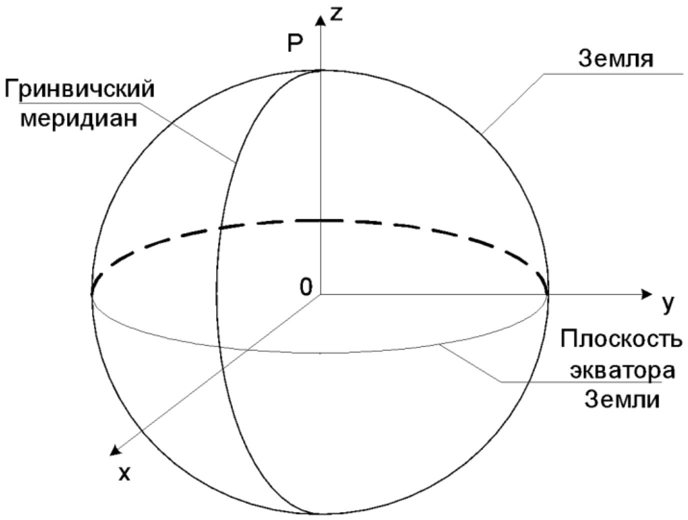

Рисунок 2. Гринвичская система координат

Переход из гринвичской системы координат в абсолютную и обратно производится по формулам перехода:

$$[A] = \begin{vmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad [A^{-1}] = \begin{vmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{vmatrix} = [A] \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{z_a} \end{vmatrix} = [A] \begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix} + \omega_3 \begin{vmatrix} -y_a \\ x_a \\ 0 \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ a \end{vmatrix} = [A^{-1}] \begin{vmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix} = [A^{-1}] \begin{vmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{z_a} \end{vmatrix} + \omega_3 \begin{vmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{vmatrix};$$

Рисунок 3. Формулы перехода из ГСК в АСК

где $\frac{dL}{dV}$, ω_3 – абсолютная угловая скорость вращения Земли, S_0 – звездное время в среднюю гринвичскую полночь для заданной даты, t и t_0 –московское время.

В геоцентрической сферической системе координат (ГССК) используются:

ρ – радиус-вектор КА, расстояние от центра масс Земли до КА;

B – геоцентрическая широта, угол между радиус-вектором и плоскостью земного экватора;

L – геоцентрическая долгота, угол между гринвичским меридианом и меридианом.

Положительное направление отсчитывается от гринвичского меридиана на Восток [3].

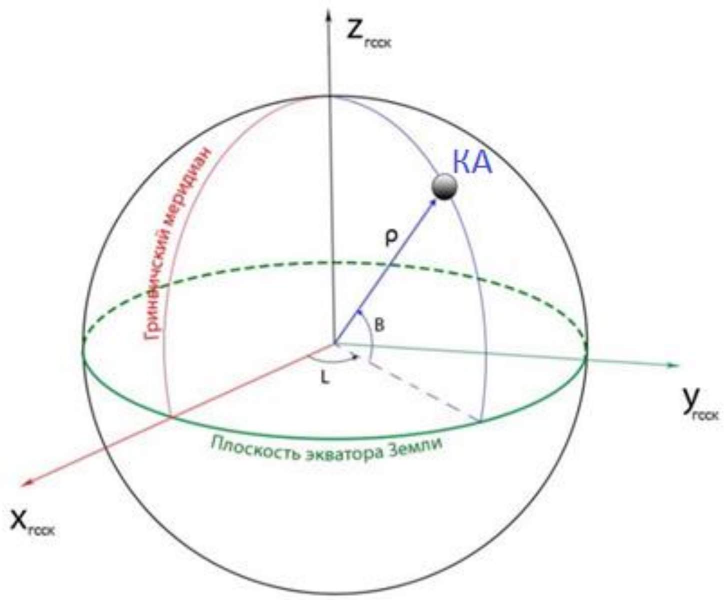

Рисунок 4. Геоцентрическая сферическая система координат.

$$B = arctg\left(\frac{z}{(1-\alpha)^2\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$L = arctg\left(\frac{y}{x}\right)$$

Рисунок 5. Формулы расчета широты и долготы ГССК

где:

α – коэффициент сжатия общего земного эллипсоида;

$$\alpha = \frac{a-b}{a}$$

Рисунок 6. Формула расчета коэффициента сжатия

a – большая полуось общего земного эллипсоида,

b – малая полуось общего земного эллипсоида.

Описание оскулирующей системы координат приведено в качестве понятий принятых при определении параметров орбит КА, а также формул для пересчета параметров орбиты КА из прямоугольных координат в оскулирующих.

Оскулирующая орбита (от латинского «osculor» - целую) – орбита, по которой стало бы двигаться небесное тело, если бы в некоторый момент времени возмущающие силы внезапно перестали бы действовать на тело.

Элементы, определяющие оскулирующую орбиту, называются оскулирующими элементами, а момент времени, для которого эти элементы были вычислены – моментом оскуляции. Поэтому оскулирующую орбиту иногда называют мгновенной орбитой. Оскулирующая орбита может быть эллипсом, параболой, гиперболой. В нашем случае рассмотрена эллиптическая орбита [4].

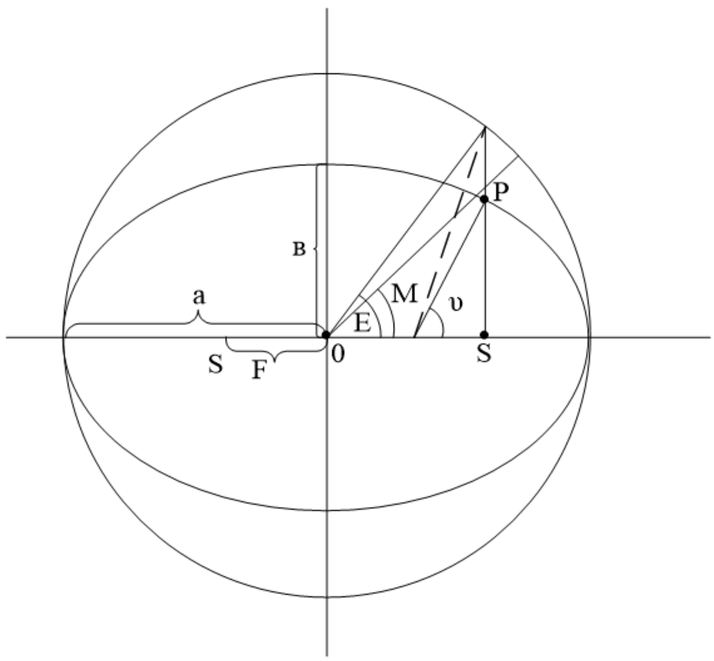

Рисунок 7. Оскулирующая система координат

На рисунке представлены элементы, определяющие оскулирующую орбиту:

S – точки фокусов эллипса орбиты;

а – большая полуось эллипса орбиты;

в – малая полуось эллипса орбиты;

P – фокальный параметр эллипса орбиты;

υ – истинная аномалия;

E – эксцентрическая аномалия;

M – средняя аномалия (M зависит от равномерного движения по окружности с радиусом R=a, описывающего эллипс орбиты);

X, Y, Z – прямоугольные декартовы координаты абсолютной системы координат;

Ω – долгота восходящего узла орбиты;

ω – аргумент широты перигея (угол и дуга);

u = υ + ω – аргумент широты КА;

i – угол наклонения плоскости орбиты к плоскости экватора Земли;

P = a (1 - e^2) – фокальный параметр орбиты;

$r = \dfrac{P}{1 + l \cdot \cos\upsilon} = a(1 - e \cdot \cos E)$ – радиус-вектор КА;

μ – гравитационная константа поля тяжести Земли

(μ = 3,98602·10^5 км^3/с^2);

$V_r = \sqrt{\dfrac{\mu}{P}} e \cdot \sin\upsilon$ – радиальная составляющая скорости КА;

$V_u = \sqrt{\dfrac{\mu}{P}} e \cdot (1 + e\cos\upsilon)$ – трансверсальная составляющая скорости КА;

$T_\Omega = 2\pi\sqrt{\dfrac{a^3}{\mu}}$ – драконический период обращения КА;

$e = \sqrt{1 - k(2 - k)\cos^2\theta}$- эксцентриситет орбиты;

– угол между вектором скорости и местным горизонтом,

$L_{ВУЗ} = arctg\dfrac{y}{x}$ - долгота восходящего узла орбиты [5].

Орбитальная система координат τbη. Начало – в центре масс КА. Ось b нормальная к плоскости орбиты КА и коллинеарна вектору с кинематического момента движения КА (с – вектор интеграла площадей , rxV=c=const) ось η направлена по радиус-вектору КА в сторону его возрастания, ось дополняет систему до правой. В орбитальной системе координат определяется вектор тяги КДУ КА.

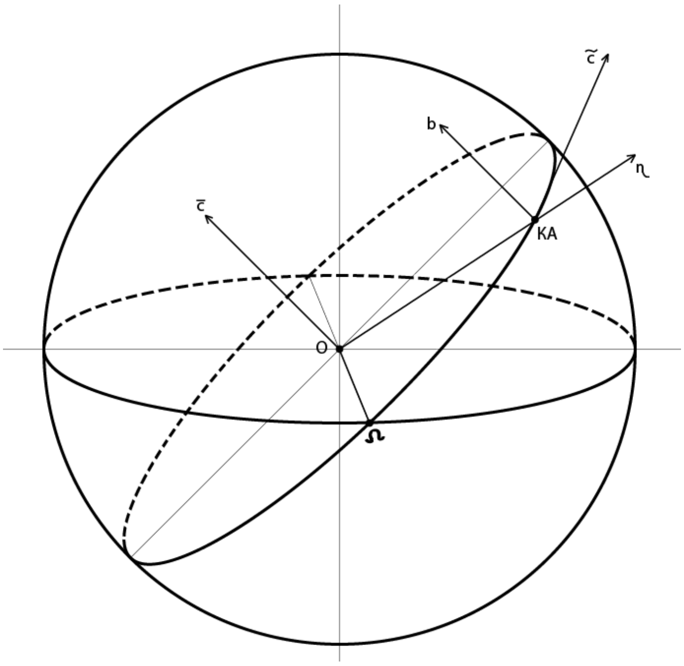

Рисунок 8. Орбитальная система координат.

Переход из орбитальной системы координат в абсолютную производится по следующим формулам [6]:

$$\begin{vmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{vmatrix} + [c_j] \begin{vmatrix} \tau \\ b \\ \eta \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{z_a} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} V_{x_0} \\ V_{y_0} \\ V_{z_0} \end{vmatrix} + [c_j] \begin{vmatrix} V_\tau \\ V_b \\ V_\eta \end{vmatrix} - \omega_0 \begin{vmatrix} \eta \\ 0 \\ -\tau \end{vmatrix}$$

$$|c_j| = \begin{vmatrix} \frac{1}{cR_0}(c_2 z_0 - c_3 y_0) & \frac{c_1}{c} & \frac{x_0}{R_0} \\ \frac{1}{cR_0}(c_3 x_0 - c_1 z_0) & \frac{c_2}{c} & \frac{y_0}{R_0} \\ \frac{1}{cR_0}(c_1 y_0 - c_2 x_0) & \frac{c_3}{c} & \frac{z_0}{R_0} \end{vmatrix}$$

Е.В.

$$\Omega = Arctg\left(-\frac{c1}{c2}\right), 0 \leq \Omega \leq 2\pi, \text{где } c1, c2, c3 \text{ равны:}$$

$$\mathrm{c}1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = yV_z - zV_y$$

$$\mathrm{c}1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = zV_x - yV_z;$$

$$\mathrm{c}1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = xV_y - yV_x;$$

$$c = \sqrt{c1^2 + c2^2 + c3^2};$$

$$R_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$

$$V_0 = \sqrt{V_{x_0}^2 + V_{y_0}^2 + V_{z_0}^2}$$

$$c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}$$

$$c_1 = y_0 V_{z_0} - z_0 V_{y_0}$$

$$c_2 = z_0 V_{x_0} - x_0 V_{z_0}$$

$$c_3 = x_0 V_{y_0} - y_0 V_{z_0}$$

$$x_0, y_0, z_0, V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}$$

Рисунок 9. Формулы перехода из ОСК в АСК.

– составляющие положения и скорости КА.

В данной статье мы рассмотрели все системы координат необходимые для последующего описания движения космического аппарата

Библиографический список:

1. «Физика твердой земли» МГУ, кафедра физики Земли, Воронина Е.В.

2. «Основы теории полета космических аппаратов» Г.С. Нариманов, М.К. Тухомиров, Издательство «Машиностроение» Москва 1972г.

3. «Теория полета космических аппаратов», военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, С.А. Власов, П.А. Мамон, Санкт-Петербург 2007г.

4. «Введение в теорию полета искусственных спутников Земли» П.Э.Эльясберг, Издательство «Наука» Москва 1965г.

5. Кравцова В.И. Космические методы исследования почв / Учебное пособие для студентов вузов - М.: Аспект Пресс, 2005. – 190 с.

6. Кронберг П. Дистанционное изучение Земли. Основы и методы дистанционных исследований в геологии. - М.: Мир, 1988.