

*Озерова Наталья Игоревна, студент кафедры строительной и теоретической механики, НИУ «Московский государственный строительный университет», Москва, Россия*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ВЯЗКОМ УПРУГОМ ОСНОВАНИИ СООРУЖЕНИЯ**

**Аннотация:** Взаимодействие сооружения и грунтового основания осуществляется через модель винклерового основания, суть которой в простоте расчетов не позволяет учитывать воздействие физических эффектов, связанных с инерционными свойствами грунтового основания. Модель упругого полупространства лишена этого минуса, однако в следствии тяжелых и долгих расчетов не позволяет вычислить аналитическое решение в замкнутом виде за исключением конкретного вида задач. При проведении динамического поведения с выше указанными факторами необходимо учитывать волновой унос энергии от сооружений в бесконечное грунтовое основание. При учете неоднородно вязкоупругого свойства решение по данному вопросу осложняется.

**Ключевые слова:** Распространение волн, Задача, Упругое основание, Система.

**Annotation:** The interaction of the structure and the subgrade is carried out through the model of the Winkler foundation, the essence of which in the simplicity of calculations does not allow taking into account the effect of physical effects associated with the inertial properties of the subgrade. The model of an elastic half-space is devoid of this minus, however, due to heavy and lengthy calculations, it does not allow calculating an analytical solution in a closed form, with the exception of a specific type of problem. When carrying out dynamic behavior with the above

factors, it is necessary to take into account the wave entrainment of energy from structures into an endless soil foundation. Taking into account the inhomogeneously viscoelastic property, the solution on this issue becomes more complicated.

**Keywords:** Wave Propagation, Problem, Elastic Base, System.

## Введение

Рассматривается плоская неоднородная система «сооружение - фундамент - основание», состоящая из деформируемого тела, занимающего объем  $V=V_1+V_2+V_3+V_4$ , и деформируемого полупространства (рис. 1). Материалы деформируемого неоднородного тела и полупространства в общем случае вязкоупругие, а физические свойства их составных частей отличаются междусобой. На границах раздела элементов системы непрерывны перемещения, нормальные и касательные к поверхности раздела компоненты напряжений.

Рассматриваемое сооружение представляется массивным сооружением, поэтому при расчете учитываются массовые силы  $f$  и различные силовые воздействия, приложенные к произвольной поверхности  $2p$ .

Задача состоит в определении динамических характеристик, перемещений и напряжений в неоднородной системе при различных динамических воздействиях. Рассматриваемые задачи ставятся для конечной области (рис. 1) объемом  $V+V_5$  ( $V_5$  – объем вырезанной из полупространства области), ограниченной поверхностями  $E_1 + E_1 + 22$ , на которые ставятся неотражающие условия.

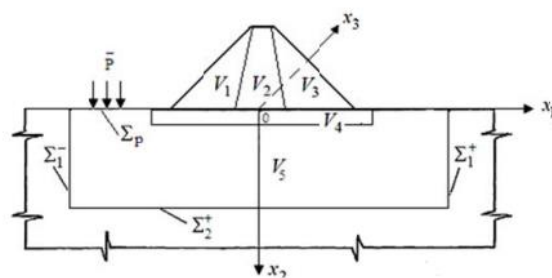


Рисунок 1. Расчетная модель деформируемой неоднородной системы

При описании динамических процессов, которые происходят в системе (Рисунок 1) на практике используют принцип возможных перемещений, по которому сумма всех работ всех активных сил (включая силы инерции) на всех перемещениях равна нулю:

$$\delta A = - \int_{V+V_5} \sigma_{IJ} \delta \varepsilon_{IJ} dV - \int_{V+V_5} \rho_n \mu \delta \mu dV + \int_{\Sigma_1+\Sigma_2+\Sigma_2} \sigma_{IJ} v_j \delta \mu d\Sigma + \int_V \vec{f} \delta u dV + \int_{\Sigma_p} \vec{p} \delta u d\Sigma = 0 \quad (1)$$

При поставке задач используются физические характеристики, которые связывают между собой тензор напряжения с тензором деформации:

$$\sigma_{ij} = \lambda_n \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu_n \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

Где  $u, \varepsilon, \delta$  представляют собой компоненты вектора перемещения ( $\vec{u} = \{u_1, u_2\}$ ), тензоры деформаций и напряжений ( $\vec{\sigma}, \delta \varepsilon_{ij}$ ), изохронные вариации перемещений и деформаций. Где  $p$  – вектор внешних нагрузок,  $\lambda_n, \mu_n$  – константы Ламе.

Задача о собственных колебаниях системы (Рисунок 1) приводит к решению, основанному на собственных значениях алгебраического уравнения с комплексными коэффициентами:

Рассматриваемый рисунок 1 даже в учете исключительно упругих свойств материала и с использованием условий является неконсервативным, поэтому собственные частоты и колебания представляют из себя комплексные величины.

Действительная часть  $\omega R$  комплексного параметра  $\omega$  по своей физической сути является частотой свободных затухающих колебаний системы, а мнимая  $\omega I$  несет информацию о скорости затухания колебаний и с точностью до знака равна коэффициенту демпфирования, являющемуся количественной характеристикой скорости затухания колебаний и определяющему диссипативные свойства системы в целом. Этим объясняется правомерность употребления термина волновой унос энергии через границу конечной области V5.

При продолжительном гармоническом воздействии начальные условия не влияют на движение системы. В этом случае диссипативные свойства системы проявляются главным образом в резонансных режимах. В качестве количественной оценки интенсивности диссипативных процессов используются резонансные амплитуды перемещений и напряжений. При рассмотрении такого движения использование процедуры МКЭ сводит задачу к решению системы алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами, т. е

$$\left( [\bar{K}] - i\Omega[\bar{C}] - \Omega^2[M] \right) \{u\} = \{F\} + \{f\}. \quad (5)$$

Здесь  $[M]$ ,  $[K]$ ,  $[C]$  имеют тот же смысл, что и выше;  $\Omega$  – заданная действительная частота внешнего воздействия;  $\{X\}$  – вектор искомых комплексных амплитуд;  $\{f\}$  – амплитудный вектор периодического воздействия;  $\{F\}$  – суммарный вектор внешних нагрузок (массовые силы, гидростатическое давление воды и др.). При формировании уравнений оператор Вольтерра точно заменяется комплексными соотношениями с учетом бесконечного нижнего предела интеграла [1].

При больших размерах подошвы ( $T \sim 10$  м<sup>2</sup>) массивных бетонных гидросооружений (типа водосливных бетонных плотин, молов и волноломов на нескальных грунтах) и высоких давлениях ( $\sim 5$  кгс/см<sup>2</sup>), передаваемых ими на грунт основания, определение коэффициентов  $C_z$ , рекомендуется производить с помощью полевых исследований свободных и вынужденных колебаний серии крупномасштабных (до 1/104-1/5 НВ сооружения) бетонных блоков, геометрически подобных проектируемому сооружению или его частям и находящихся в идентичных с ними грунтовых условиях.

По данным этих испытаний определяется зависимость периодов собственных колебаний от размеров стороны подошвы опытных блоков  $T = T(L)t$  которая при достаточном количестве опытных точек может быть проэкстраполирована на натурное сооружение или его отдельные части.

С помощью этих данных и на основе их сопоставления с результатами

исследований по методике, изложенной в предыдущем пункте, может быть произведен более обоснованный выбор расчетных коэффициентов жесткости основания для проектируемого сооружения.

Лабораторное определение упругих и поглощающих характеристик производится на образцах грунтов:

- 1) ненарушенной структуры, залегающих в основании гидросооружений;
- 2) нарушенной структуры, используемых для возведения земляных сооружений.

Полевое определение указанных выше характеристик производится для грунтов и скальных пород оснований, находящихся в условиях естественного залегания, а также для каменных набросок в опытных отсыпках или в теле плотин.

В состав экспериментальных установок для измерения продольных и крутильных колебаний образцов входят:

- 1) прибор для закрепления образцов, создания необходимой пригрузки и передачи образцу продольного или закручивающего усилия;
- 2) электродинамическое устройство для возбуждения свободных затухающих колебаний образца;
- 3) измерительная схема для записи колебаний образца на осциллографе.

Описание различных установок и работы с ним и при определении упругих и поглощающих свойств грунтов приводится в работах.

Опыты проводятся с образцами цилиндрической формы при соотношениях высоты  $h$  к диаметру  $d$ , равных  $h \approx d$  для крутильных и  $h > 2d$  для продольных колебаний [2].

В случае кратковременных динамических воздействий, которые происходят в системе, появляются колебания, исследования по которым позволяет определить нормативные и максимальные значения перемещений и напряжений сооружения в течении всего процесса в целом. При этом учитывают характеристики материала и конструктивные особенности сооружений. Задача системы, изображенная на Рисунке 1 приводит к решению

линейных интегро-дифференциальных уравнений.

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F\} + \{f(t)\} + \int_0^t \Gamma(t-\tau)[K]\{u(\tau)\}d\tau \quad (6)$$

с начальными условиями

$$\{u(0)\} = \{u_0\}, \quad \{\dot{u}(0)\} = \{v_0\}. \quad (7)$$

Где  $[M]$ ,  $[K]$  – матрицы массы и жесткости системы соответственно;  $[C]$  – матрица, учитывающая волновой унос энергии;  $\{u(t)\}$  – вектор искомым амплитуд перемещений;  $\{f(t)\}$  – вектор динамической нагрузки;  $\{F\}$  – суммарный вектор статических нагрузок (массовых сил, гидростатического давления воды и др.) [3].

Основными характеристиками упругих и поглощающих свойств грунтов, скальных пород и местных строительных материалов при динамических нагрузках малой интенсивности, не превышающих предела упругости, являются модуль Юнга  $E$ , коэффициент Пуассона  $\nu$  и коэффициент поглощения колебаний  $\phi$ . В необходимых случаях могут использоваться также другие эквивалентные динамические характеристики (например, скорости распространения  $V$ , амплитудные коэффициенты,  $\alpha$  или декременты  $\beta$  затухания упругих волн и др.). Взаимосвязь между различными системами упругих характеристик, которые могут использоваться в расчетах и при экспериментальных исследованиях для обоснования сейсмостойкости гидросооружений, приведена на Рисунке 2.

**Взаимосвязь между различными системами упругих характеристик**

Применяемые системы характеристик		
$\lambda, G$	$E, \mu$	$V_p, V_s$
$\lambda$	$\frac{\mu E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}$	$\rho (V_p^2 - 2V_s^2)$
$G$	$\frac{E}{2(1 + \mu)}$	$\rho V_s^2$
$\frac{G(3\lambda + 2G)}{\lambda + G}$	$E$	$\frac{\rho V_s^2 (3V_p^2 - 4V_s^2)}{(V_p^2 - V_s^2)}$
$\frac{\lambda}{2(\lambda + G)}$	$\mu$	$\frac{V_p^2 - 2V_s^2}{2(V_p^2 - V_s^2)}$
$\sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{E(1 - \mu)}{\rho(1 + \mu)(1 - 2\mu)}}$	$V_p$
$\sqrt{\frac{G}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1 + \mu)}}$	$V_s$
$\sqrt{\frac{\lambda + 2G}{G}}$	$\sqrt{\frac{2(1 - \mu)}{1 - 2\mu}}$	$\frac{V_p}{V_s}$

Рисунок 2— Взаимосвязь между различными системами упругих характеристик

Обозначения:  $\lambda, G$  — упругие постоянные Лямэ ( $G$  — модуль сдвига);  $E, \mu$  — модуль Юнга и коэффициент Пуассона;  $V_p, V_s$  — скорости распространения упругих продольных и поперечных волн;  $\rho$  — массовая плотность,  $\gamma$  — объемный вес среды;  $g$  — ускорение силы тяжести

Выбор соответствующих динамических моделей грунтов и местных материалов, установление пределов их применимости при решении конкретных задач и определение расчетных динамических характеристик сжимаемости (диаграмм «напряжение—деформация», модулей деформации при нагружении и разгрузке и др.) должны производиться с помощью специальных лабораторных и полевых исследований.

Система интегро-дифференциальных уравнений при наличии начальных условий решается по методу Ньюмарка. Так, на рисунке 3 изображены изолинии распределения горизонтальных перемещений в сечении плотины в зависимости от времени. Волна источника, которая находится достаточно близко от подошвы плотины, на 1 этапе вызывает смещение подножия откосов, а позже охватывает дальние области сооружения (б, в, г). А обратная область (нижняя) верхового откоса ограничивается изолинией, в результате чего дифракция волны остается неподвижной.

Изолиния с подобным индексом нижнего откоса равно положению фронта волны, перед которой и находится невозмущенная область плотины.

В последствие моменты возмущения от нагрузок охватывает тело плотины, а также распределение горизонтальных перемещений. После прохождения волной участка, деформируется плотина, но постепенно стабилизируется и возвращается в начальное положение за счет вязкости грунта, которую нельзя не учитывать. Горизонтальные перемещения на изолиниях обычно увеличиваются с интервалом, как правило, 0,005 от 0 метров до 1. Максимально возможные перемещения составляют 0,042 м [4; 5].

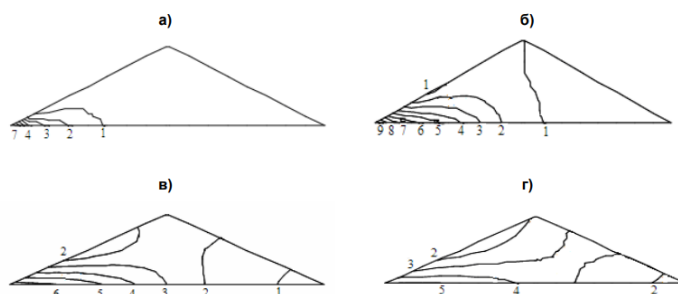


Рисунок 3 – Изолинии распределения горизонтальных перемещений (м) в сечении плотины в различные моменты времени  $t$ : а) 0.2 сек; б) 0.32 сек; в) 0.52 сек; г) 0.6 сек

## Основные результаты

Проблема оценки динамического поведения неоднородных плоских и пространственных систем «сооружение - фундамент - основание» с учетом внутренней диссипации в материале и волнового уноса энергии через границы конечногогрунтового основания далека от окончательного решения и является актуальной задачей.

Определение упругих характеристик каменнонабросных и гравийных материалов, а также различных грунтовых смесей, содержащих крупную фракцию, для исследования которых в лабораторных условиях пока не имеется специальных крупномасштабных установок, рекомендуется производить с помощью полевых методов, основанных на измерении скоростей распространения релеевских и продольных  $V_v$  волн.



### **Библиографический список:**

1. Мирсаидов М.М., Трояновский И.Е. Динамика неоднородных систем с учетом внутренней диссипации и волнового уноса энергии. Ташкент: Фан, 1990. 108 с.
2. Clayton R., Engquist B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations // Bulletin of Seismological Society of America. 1977. Vol. 67. No.6. Pp. 1529–1540.
3. Красников Н.Д., Савинов Щ.Ф., Толкачев Г.С., Эйчлер Л.А. Экспериментально-расчетный метод исследований колебаний, напряженного состояния и устойчивости оснований фундаментов под машины // Известия вузов. Строительство. 1981. №5. С. 7–21.
4. Lysmer J.M., Waas G. Shear waves in plane infinite structures // Journal of the Engineering Mechanics Division. 1972. Vol. 28. Pp. 85–105.
5. Тяпин А.Г. Взаимодействие сооружений АЭС с основанием при сейсмических воздействиях: Дисс...докт. техн. наук. Москва, 1995. 328 с.