УДК 519.852 **Физико-математические науки**

Кишкин Сергей Александрович, *кандидат физико-математических наук, доцент кафедры практической и прикладной информатики института информационных технологий*
МИРЭА-Российский технологический университет, Россия, г. Москва

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ»

Аннотация: В рамках учебного процесса кафедры практической и прикладной информатики ИИТ РТУ-МИРЭА для обучающихся читается дисциплина «Практические задачи оптимизации». Освоению предметной области подлежат такие разделы математики как линейное программирование и теория игр. При осуществлении текущего контроля успеваемости студентам предлагается к решению абстрактная задача оптимизации. В работе рассматривается процесс решения задачи оптимизации с использованием симплекс-метода с точки зрения генерации уникальных заданий для каждого обучающегося. Приводится как аналитический подход к решению указанной задачи, так и результаты, полученные в ходе моделирования на средствах вычислительной техники.

Ключевые слова: математическое моделирование, процесс обучения, подготовка специалистов, борьба с заимствованиями, генерация уникальных заданий, математическая оптимизация, симплекс-метод.

Annotation: As part of the educational process of the Department of Practical and Applied Informatics of the IIT RTU-MIREA, the discipline "Practical Optimization Problems" is read for students. Such sections of mathematics as linear programming and game theory are subject to the development of the subject area. In the implementation of the current control of progress, students are offered to solve an abstract optimization problem. The paper considers the process of solving the optimization problem using the simplex-method from the point of view of generating unique tasks for each student. Both an analytical approach to solving this problem and the results obtained in the course of modeling on computer technology are presented

Keywords: mathematical modeling, learning process, training of specialists, fight against borrowing, generation of unique tasks, mathematical optimization, simplex-method.

Введение. В настоящее время, наверное, как никогда ранее в истории человечества, бурный рост претерпевают информационные технологии. Однако освоению сложных технических понятий должно предшествовать изучение более простых и базовых вещей. Так, в рамках дисциплины «Практические задачи оптимизации», читаемой кафедрой практической и прикладной информатики, обучающимся предлагается к решению ряд контрольных работ по решению абстрактной задачи оптимизации с использованием симплекс-метода – одного из методов линейного программирования. Поскольку цель образовательной организации состоит в выработке у обучающихся знаний, умений и навыков в сфере своих профессиональных компетенций в настоящей работе предпринимается попытка на фундаментальном уровне получить инструмент для подготовки индивидуальных заданий для всего потока обучения порядка нескольких тысяч работ.

Формализованная постановка задачи. В рамках дисциплины «Практические задачи оптимизации» рассматривается классическая задача оптимизации производства, которая была сформулирована еще в 1939 году Л.В. Канторовичем [1], за что впоследствии ему была присуждена Нобелевская премия по экономике [2].

В современной интерпретации абстрактная задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом. Пусть имеется система ограничений следующего вида:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \;\mathrm{J}\; b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \;\mathrm{J}\; b_2, \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n \;\mathrm{J}\; b_m, \end{cases} \qquad (1)$$

и целевая функция:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n, \qquad (2)$$

которую необходимо исследовать на экстремальное значение, каковым может являться как минимум, так и максимум упомянутой целевой функции.

Для решения указанной задачи можно применять различные математические методы, такие как графический метод и симплекс-метод [3; 4]. Решение может получиться весьма громоздким, поэтому для впервые осваивающих дисциплину студентов предлагается упрощенная формулировка задачи. А именно, система ограничений и целевая функция могут принимать вид:

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 \le 51, \\ 2x_2 \le 1, \\ 10x_1 + 4x_2 \ge 69,. \end{cases} \qquad (3)$$
$$F(x_1, x_2) = 11x_1 + 7x_2 \to extr$$

В этом случае решение графическим методом указанной задачи оптимизации даст следующую область допустимых решений:

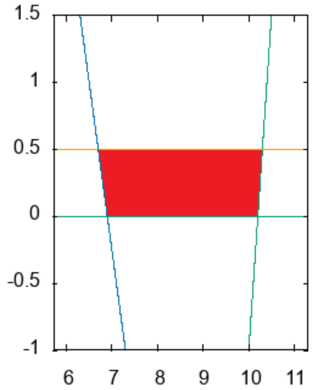

Рисунок 1. Область допустимых решений задачи оптимизации (3)

Данную упрощенную систему можно параметризовать с использованием независимой переменной a.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le a + 5, \\ x_1 - 3x_2 \le a - 10, \\ x_1 - 3x_2 \le -a, \\ 2x_1 + x_2 \ge a \end{cases} \tag{4}$$

$$F(x_1, x_2) = x_1 + \frac{a}{4} x_2 \to extr$$

Что позволяет в динамике получать различные области допустимых решений:

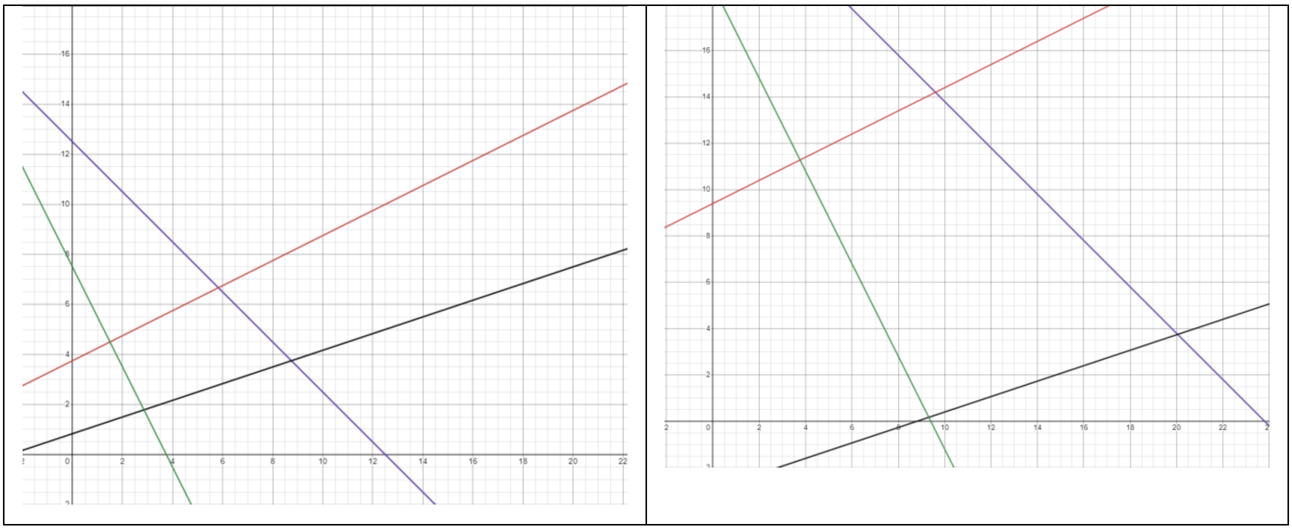

Рисунок 2. Область допустимых решений задачи оптимизации (4) в зависимости от выбора параметра a.

Тогда для создания уникального задания для каждого студента необходимо научиться генерировать число a, отвечающих некоторым качественным условиям. Во-первых, поскольку все вычисления проводятся обучающимися с использованием бумаги, ручки и непрограммируемого калькулятора (использование средств вычислительной техники – строго запрещено условиями дисциплины), числа при осуществлении выкладок не должны быть слишком велики по модулю. Во-вторых, для любых двух разных студентов должны получаться разные наборы параметров, иначе теряется уникальность задания. В-третьих, должна существовать простая и однозначная процедура, по которой студент сам сможет вычислить параметр a на основании некоторых уникальных данных (псевдослучайного зерна). Все эти условия будут выполняться посредством: первая – доскональным анализом предметной области нахождения корней полиномов третьей степени; вторая – построением биективного (взаимно-однозначного) отображения множества студентов на множество всех задач; третья – использованием уникального индивидуального номера студента. Начнем последовательно разбираться со всеми тремя условиями.

Генерация уникальных заданий. Моделирование процесса решения задачи оптимизации осуществлялось посредством использования графического онлайн-калькулятора *Desmos*. При проведении исследования было установлено, что приемлемый диапазон параметра представляет собой отрезок $a \in [5, 25]$, что дает удобные для ручного подсчета обучающимся промежуточные значения.

Осталось распределить все значения этого параметра между всеми обучающимися так, чтобы существовало взаимно-однозначное соответствие. Этого достаточно легко достичь, вспомнив, что за каждым студентом закреплен его индивидуальный номер в формате:

ГГ П НННН

где *ГГ* – год зачисления, *П* – буквенный код подразделения («И» – Институт информационных технологий, «Л» – Институт международного образования, и т.д.), *НННН* – порядковый номер обучающегося.

Пусть максимальное количество студентов в институте задано константой $N_{\max}$ (например $N_{\max} = 2500$). Тогда можно установить биективное отношение между отрезком $\left[0, N_{\max}\right]$ и $[5, 15]$ при помощи тривиальной линейной зависимости, задав, таким образом, каждому обучающемуся свое значение параметра:

$$a = 5 + 10\frac{N}{N_{\max}}, \tag{5}$$

где N – порядковый номер студента.

Понятно, что ситуации, когда студент пользуется академическим отпуском или принадлежит к другому институту – редки, поэтому на отрезке $[5, 25]$ им выделяются две непересекающиеся области (между собой и основным случаем): $[15,20]$ и $[20,25]$, соответственно. Биективные зависимости при этом примут вид:

$$a = 15 + 5\frac{N}{N_{\max}}, \tag{6}$$

$$a = 20 + 5\frac{N}{N_{\max}}. \tag{7}$$

Таким образом, вне зависимости от года зачисления, института обучения, и порядкового номера каждому студенту предлагается к решению уникальное задание [5; 6]. При этом процедура его получения проста: каждый студент знает свой индивидуальный номер и должен быть в состоянии выбрать одну из трех формул (5)-(7) (основной случай, академический отпуск, иной институт обучения) и вычислить уникальный параметр a для решения задачи оптимизации (4)

Выводы. В работе был рассмотрен подход к генерации уникальных заданий для студентов с целью исключения некорректных заимствований (списываний) в пределах одного потока. Показаны основные этапы решения исследовательской задачи: формализованная постановка, анализ предметной области, привязка к индивидуальной характеристике студента. Это позволит получить еще большее количество уникальных заданий, что сведет возможность списывания на нет. Следует отметить, что предложенный в работе подход обладает и существенным недостатком. А именно, поскольку все задания являются уникальными, их проверка усложняется – нельзя проверить одну учебную группу и по их работам проверять все остальные. Впрочем, это легко решается написанием специализированного программного обеспечения для средств вычислительной техники, которое по индивидуальному номеру студента будет формировать полное и точное решение.

Библиографический список:

1. Л.В. Канторович Математические методы организации и планирования производства – Ленинград: Издание Ленинградского государственного университета, 1939. – 68 с.

2. Навигатор по сайтам Санкт-Петербургского государственного университета. [Электронный ресурс]. URL: https://www.econ.spbu.ru/ru/people/leonid-vitalevich-kantorovich (дата обращения: 08.07.2022.

3. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для вузов /Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. - М: ЮНИТИ, 2002. - 407 с.- ISBN 5-85173-092-7.

4. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах: Учебное пособие. — 4-е изд., испр. — СПб.: Издательство «Лань», 2015. — 448 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

5. Зуев А.С. Проектирование и реализация вычислительных алгоритмов [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие — М., Московский технологический университет (МИРЭА), 2016 — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

6. Зуев А.С. Проектирование и реализация вычислительных алгоритмов [Электронный ресурс]: практикум — М., Московский технологический университет (МИРЭА), 2016 — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).