

Разувай Татьяна Александровна, студент 4 курс, физический факультет

Филиал МГУ в г. Севастополе, Россия, г. Севастополь

СЛАБОНЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ВО ВНУТРЕННИХ ВОЛНАХ, ВЫЗВАННЫЕ ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ КОРИОЛИСА

Аннотация: Внутренние волны играют большую роль в динамических процессах океана. Особенно это касается шельфа и континентального склона. Источники генерации внутренних волн самые разнообразные: атмосферные возмущение, взаимодействие течений и приливов с неоднородностями рельефа дна, синоптические вихри генерируют внутренние волны. Внутренние волны могут порождаться при гидродинамической неустойчивости течений. Имеется достаточно оснований для связи вертикального обмена с внутренними волнами [1]. Вертикальный обмен играет ключевую роль в функционировании морской экосистемы и исследование вклада внутренних волн в вертикальный обмен является актуальной задачей.

Ключевые слова: внутренние волны, параметр Кориолиса, нелинейные эффекта, вертикальные потоки импульса, вращение Земли, приближение Буссинеска, стратифицированное течение.

Annotation: Internal waves play an important role in the dynamic processes of the ocean. This is especially true of the shelf and the continental slope. The sources of generation of internal waves are very diverse: atmospheric disturbances, the interaction of currents and tides with inhomogeneities of the bottom relief, synoptic vortices generate internal waves. Internal waves can be generated by hydrodynamic instability of currents. There are sufficient grounds for the connection of vertical exchange with internal waves [1]. Vertical exchange plays a key role in the functioning of the marine ecosystem and the study of the contribution of internal

waves to vertical exchange is an urgent task.

Keywords: internal waves, Coriolis parameter, nonlinear effects, vertical momentum flows, Earth rotation, Boussinesq approximation, stratified flow.

Цель статьи: исследование влияния вращения Земли на вертикальные волновые потоки импульса в двумерном стратифицированном течении. В статье будет показано, что при учете вращения Земли вертикальные волновые потоки импульса отличны от нуля.

В приближении Буссинеска рассматриваются свободные внутренние волны при учете вращения Земли на двумерном вертикально-неоднородном стратифицированном течении. Уравнение для амплитуды вертикальной скорости фиксированной моды внутренних волн имеет комплексные коэффициенты, поэтому собственная функция и частота волны – комплексные. Соответствующая краевая задача решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Сравниваются вертикальные волновые потоки импульса при учете и не учете вращения Земли [3].

Уравнения гидродинамики в приближении Буссинеска для волновых возмущений имеют вид:

$$\frac{Du}{Dt} - fv + w \frac{dU_0}{dz} = -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu + w \frac{dV_0}{dz} = -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0(0)} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{g\rho}{\rho_0(0)} \quad (3)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = -w \frac{\partial \rho_0}{\partial z}; \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

где u, v, w – соответственно две горизонтальные и вертикальная компоненты волновой скорости течения, ρ, P – волновые возмущения плотности и давления, $\rho_0(z)$ – профиль средней плотности, x, y, z – две горизонтальные и вертикальная координаты, ось z направлена вверх, f – параметр Кориолиса, $U_0(z), V_0(z)$ – две компоненты скорости среднего течения. Решение данной системы в линейном приближении ищутся в виде:

$$u_1 = u_{10}(z)Ae^{i\vartheta} + c. c. \quad (5)$$

$$v_1 = v_{10}(z)Ae^{i\vartheta} + c. c. \quad (6)$$

$$w_1 = w_{10}(z)Ae^{i\vartheta} + c. c. \quad (7)$$

$$P_1 = P_{10}(z)Ae^{i\vartheta} + c. c. \quad (8)$$

$$\rho_1 = \rho_{10}(z)Ae^{i\vartheta} + c. c. \quad (9)$$

где *c. c.* - комплексно-сопряженные слагаемые, *A* – амплитудный множитель, ϑ – фаза волны, $\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = k$; $\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = -\omega$, *k* – горизонтальное волновое число, ω – частота волны.

После подстановки данной линейной системы в систему уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска получим следующую связь для амплитудных функций [2] $u_{10}, v_{10}, \rho_{10}, P_{10}$ с w_{10} :

$$u_{10} = \frac{i}{k} \frac{dw_{10}}{dz}; \quad \Omega = \omega - kU_0; \quad \rho_{10} = -\frac{i}{\Omega} w_{10} \frac{d\rho_0}{dz}; \quad v_{10} = \frac{1}{\Omega} \left(\frac{dw_{10}}{dz} - iw_{10} \frac{dV_0}{dz} \right)$$

$$\frac{P_{10}}{\rho_0(0)} = \frac{i}{k} \left[\frac{\Omega}{k} \frac{dw_{10}}{dz} + \frac{dU_0}{dz} w_{10} + \frac{f}{\Omega} \left(i \frac{dV_0}{dz} w_{10} - \frac{f}{k} \frac{dw_{10}}{dz} \right) \right] \quad (10)$$

Функция w_{10} удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{d^2 w_{10}}{dz^2} + a(z) \frac{dw_{10}}{dz} + b(z) w_{10} = 0 \quad (11)$$

$$\text{где } a(z) = k \left[\frac{if \frac{dV_0}{dz}}{\Omega} - \frac{f^2 \frac{dU_0}{dz}}{\Omega^2} \right] \left[\Omega - \frac{f^2}{\Omega} \right]^{-1}$$

$$b(z) = k \left[\frac{ifk \frac{dV_0}{dz} \frac{dU_0}{dz}}{\Omega^2} + \frac{if \frac{d^2 V_0}{dz^2}}{\Omega} - k\Omega + \frac{N^2 k}{\Omega} + \frac{d^2 U_0}{dz^2} \right] \left[\Omega - \frac{f^2}{\Omega} \right]^{-1}$$

здесь $N^2 = -\frac{g}{\rho_0(0)} \frac{d\rho_0}{dz}$ – квадрат частоты Брента-Вяйсяля.

$$\text{Граничные условия для } w_{10}: z = 0 \quad w_{10} = 0; \quad z = -H \quad w_{10} = 0 \quad (12)$$

Краевая задача (11)-(12) решалась численно[3,4]. Было получено, что собственная функция – решение краевой задачи – комплексная, частота волны – тоже комплексная величина. Мнимая часть частоты волны мала и может быть как положительной, так и отрицательной.

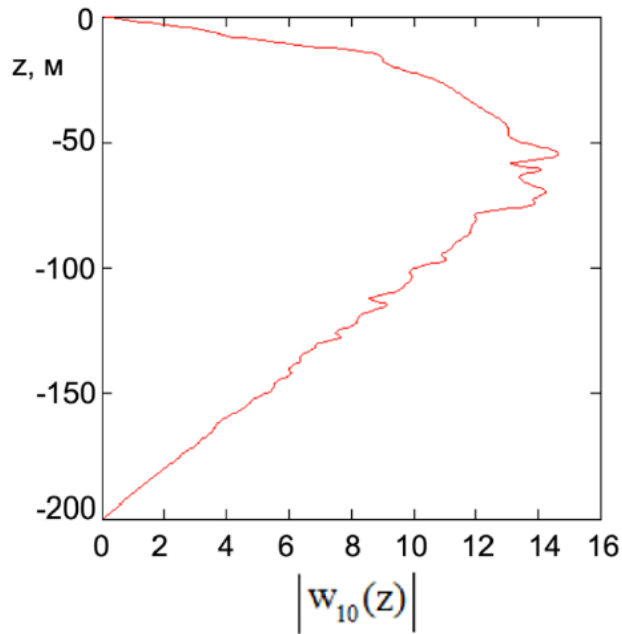


Рис.1 Модуль собственной функции 15-минутный внутренних волн первой моды

Вертикальные потоки импульсов \overline{uw} и \overline{vw} определяются следующим образом [5; 6]:

$$\overline{uw} = \frac{i}{k} |A_1^2| \left(w_{10}^* \frac{dw_{10}}{dz} - w_{10} \frac{dw_{10}^*}{dz} \right)$$

$$\overline{vw} = \frac{w_{10}^* |A_1^2|}{\Omega} \left(\frac{f}{k} \frac{dw_{10}}{dz} - iw_{10} \frac{dV_0}{dz} \right) + c. c.$$

где $A_1 = A \exp(\delta\omega t)$, $\delta\omega = \text{Im}(\omega)$ – мнимая часть частоты, а черта сверху означает осреднение по периоду волны.

Численное решение данной краевой задачи проводилось в пакете MathCad. Далее были определены вертикальные волновые потоки импульса \overline{uw} и \overline{vw} .

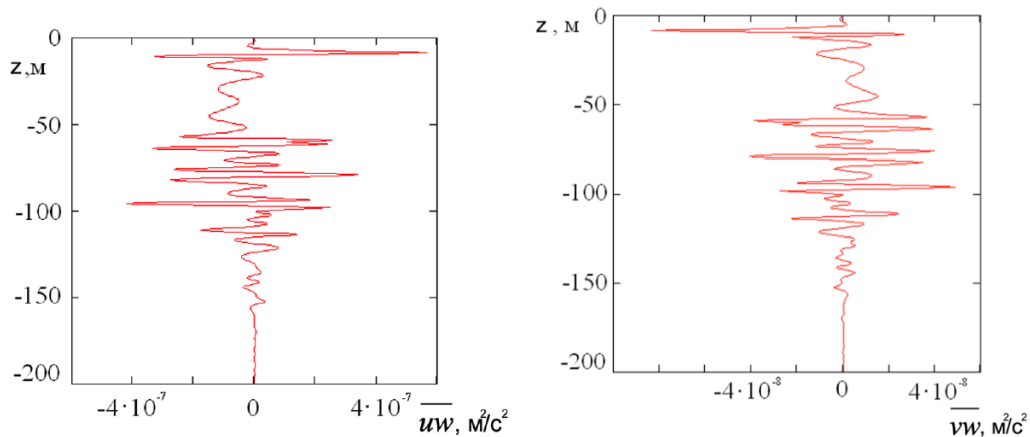


Рис.1 Профили волновых вертикальных потоков импульсов \overline{uw} и \overline{vw} .

Вывод: появление ненулевых вертикальных потоков импульса, обусловлено действием силы Кориолиса и является нелинейным эффектом. При отсутствии вращения Земли эти потоки равны нулю.

Библиографический список:

1. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Волны в стратифицированных средах//Наука. 2015.
2. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане//Мир. 1981.
3. Черкесов Л.В. Гидродинамика волн//Наукова думка. 1980.
4. Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане // Гидрометеиздат. 1981.
5. Пантелеев Н.А., Охотников И.Н., Слепышев А.А. Мелкомасштабная структура и динамика океана // Наукова думка. 1993.
6. Боуден К. Физическая океанография прибрежных вод // Мир. 1988.