УДК 372.851 **Психолого-педагогические науки**

Семенова Светлана Юрьевна, *студент, СФ ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», Россия, г. Стерлитамак*

Воистинова Гузель Хамитовна, *кандидат педагогических наук, доцент кафедры фундаментальной математики, СФ ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», Россия, г. Стерлитамак*

ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ДИВЕРГЕНТНОГО МЫШЛЕНИЯ

Аннотация: На практике традиционные и классические способы мышления не всегда помогают учащимся достичь необходимого уровня понимания проблемных ситуаций при подготовке к экзаменам по математике, осознать важность той или иной последовательности математических действий при их решении и понять разнообразие путей, ведущих к правильному решению задачи. В статье рассматривается характеристика вариативного творческого мышления, а также методические приемы организации работы с учащимися при решении задач, когда нет очевидных связей между исходными элементами упражнения. Дивергентное мышление дает больше возможностей школьникам находить способы решения нестандартных задач.

Ключевые слова: мышление, обучение математике, дивергентное мышление, решение задач, планиметрические задачи.

Annotation: In practice, traditional and classical ways of thinking do not always help students to achieve the necessary level of understanding of problem situations in preparation for exams in mathematics, to realize the importance of a particular sequence of mathematical actions in their solution and to understand the variety of ways leading to the correct solution of the problem. The article discusses the characteristics of variable creative thinking, as well as methodological methods of organizing work with students when solving problems when there are no obvious connections between the initial elements of the exercise. Divergent thinking gives students more opportunities to find ways to solve non-standard problems..

Keywords: thinking, teaching mathematics, divergent thinking, problem solving, planimetric problems.

В Российском государственном образовательном стандарте первым в списке основных целей образования является развитие личности школьника, его творческих способностей, интереса к учебе, желания и умения учиться. Как мы видим, в образовательном процессе на первый план выходит достигнутый обучающимися уровень самостоятельной творческой деятельности, а не владение стандартным набором знаний, умений и навыков.

Чаще всего исследователи ассоциируют творчество с творческим и креативным мышлением. Объяснением креативности мышления может выступать дивергентность. Автором концепции дивергентного мышления является американский психолог Джой Пол Гилфорд. В своих исследованиях, он пишет «при операциях дивергентного мышления мы мыслим в различных направлениях, иногда исследуя, иногда отыскивая различие» [5, с. 8-12].

Сегодня предъявляются все более высокие требования к развитию творческого и гибкого мышления, в том числе к поиску нестандартных способов решения различных задач. Изучение этой проблемы является одним из основных направлений математической подготовки в основной школе к решению дивергентных задач.

Однако основная часть школьной программы направлена на решение задач по определенным алгоритмам, которые представляют собой модели, значительно сужающие возможные области развития мышления учащихся. В таких ситуациях обучающиеся, получающие нешаблонные задания, испытывают трудности, недопонимание, нежелание и даже отказ от решения заданий. Поэтому внимание методистов в последнее время направлено на реализацию процесса развития дивергентного мышления.

По мнению [3, 4], именно геометрические задачи помогают развить у ребенка дивергентное мышление. Почти каждая геометрическая задача позволяет решить ее несколькими способами. Поэтому перед учителем ставится задача помочь обучающимся овладеть различными способами их решения и тем самым способствовать развитию дивергентного мышления. Решение дивергентных задач способствует систематизации знаний школьников по геометрии, использованию теории из различных областей. Кроме этого, решая одну и ту же задачу несколькими способами, можно проверить правильность полученного ответа, что способствует формированию критичности мышления.

Известный ученый XX столетия Д. Пойа, утверждал, что «лучше решить одну задачу несколькими способами, чем несколько задач – одним» [6].

Анализируя школьные учебники по геометрии: Л.С. Атанасяна и других [2], А.Д. Александрова и других [1], А.Г. Мерзляка и других [7], А.В. Погорелова [8], можно заметить, что большинство задач в них направлены на развитие конвергентного мышления. Поэтому нами была создана серия планиметрических задач, способствующих развитию дивергентного мышления. Рассмотрим несколько примеров планиметрических задач.

Задача 1. Найдите длину отрезка SL, если радиус окружности OM = 6, а SM = 4 (Рис. 1).

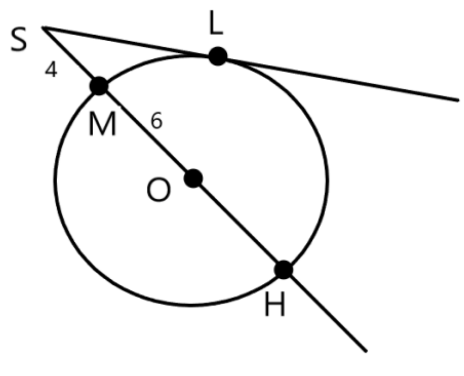

Рис. 1

Способ 1.

SL – касательная к окружности, SH – секущая. Если из точки S к окружности проведены касательная и секущая, то квадрат отрезка касательной от точки S до точки касания равен произведению отрезков секущей от точки S до точек пересечения секущей с окружностью.

$$SL^2 = SM \cdot SH = 4 \cdot (4 + 6 + 6) = 64$$

$$SL = 8$$

Ответ: 8

Способ 2.

Проведем радиус OL. Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания. Следовательно, треугольник SLO – прямоугольный. SO = 10, LO = 6.

По теореме Пифагора:

$$SL^2 = SO^2 - LO^2 = 100 - 36 = 64$$

$$SL = 8$$

Ответ: 8

Способ 3.

В предыдущем способе мы уже доказали, что треугольник SLO – прямоугольный. Значит, можем найти синус угла S:

$$\sin S = \frac{LO}{SO} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

По основному тригонометрическому тождеству:

$$\sin^2 S + \cos^2 S = 1$$

$$\cos S = \sqrt{1 - \sin^2 S} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{SL}{SO} = \cos S$$

Находим SL:

$$SL = SO \cdot \cos S = 10 \cdot \frac{4}{5} = 8$$

Ответ: 8

Задача 2. В равнобедренном треугольнике CDK стороны CD = DK = 15, $\cos CDK = \frac{1}{9}$ (Рис. 2). Найдите радиус окружности, вписанной в треугольнике.

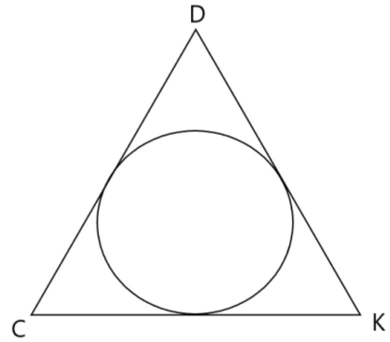

Рис. 2

Решение:

По теореме косинусов:

$$CK^2 = CD^2 + DK^2 - 2 \cdot CD \cdot DK \cdot \cos B$$

$$CK^2 = 225 + 225 - 2 \cdot 15 \cdot 15 \cdot \frac{1}{9}$$

$$CK^2 = 400$$

$$CK = 20$$

Способ 1.

Радиус окружности, вписанной в треугольник, можно найти с помощью формулы:

$$r = \frac{S}{p}$$

Найдем площадь треугольника CDK:

$$S = \sqrt{p(p - CD)(p - DK)(p - CK)}$$

$$p = \frac{1}{2}(CD + DK + CK) = \frac{1}{2}(15 + 15 + 20) = 25$$

$$S = \sqrt{25(25 - 15)(25 - 15)(25 - 20)} = 50\sqrt{5}$$

Находим *r*:

$$r = \frac{S}{p} = \frac{50\sqrt{5}}{25} = 2\sqrt{5}$$

Ответ: $r = 2\sqrt{5}$

Способ 2.

Как мы уже знаем, центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис. Проведем биссектрису DN (Рис. 3).

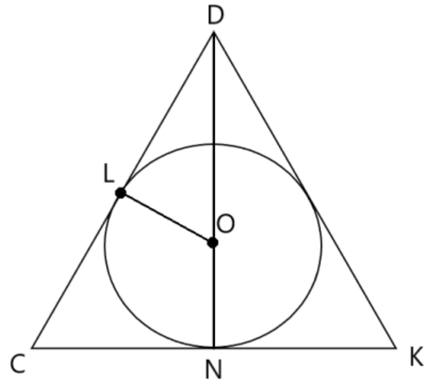

Рис. 3

Так как в равнобедренном треугольнике высота, медиана и биссектриса, проведенные к основанию, совпадают, то биссектриса DN будет и медианой, и высотой.

$$CN = NK = \frac{1}{2}CK = 10$$

Из треугольника CDK по теореме Пифагора:

$$DN = \sqrt{CD^2 - DK^2} = \sqrt{225 - 100} = 5\sqrt{5}$$

Проведем радиус OL в точку касания. Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точке касания. Прямоугольные треугольники CDN и ODL подобны по двум углам (∠CDN – общий, ∠N и ∠L равны как прямые). В подобных треугольниках сходственные стороны пропорциональны.

Пусть $OL = x$, тогда $DO = 5\sqrt{5} - x$

$$\frac{DO}{CK} = \frac{OL}{CN} \quad => \frac{5\sqrt{5} - x}{15} = \frac{x}{10}$$

$$15x = 10\left(5\sqrt{5} - x\right)$$

$$25x = 50\sqrt{5}$$

$$x = 2\sqrt{5}$$

Значит, радиус OL = $2\sqrt{5}$.

Ответ: OL = $2\sqrt{5}$

Способ 3.

В этом способе, начало такое же, как и во втором способе. Только теперь рассмотрим не подобные треугольники, а прямоугольный треугольник ODL Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны. Значит, CL = CN = 10, DL = 15 − 10 = 5.

Пусть $ON = OL = x$, тогда $DO = 5\sqrt{5} - x$. По теореме Пифагора имеем уравнение:

$$\left(5\sqrt{5} - x\right)^2 = 25 + x^2$$

$$125 - 10\sqrt{5}x + x^2 = 25 + x^2$$

$$10\sqrt{5}x = 100$$

$$x = 2\sqrt{5}$$

Получаем, что радиус OL = $2\sqrt{5}$.

Ответ: OL = $2\sqrt{5}$

Способ 4.

Проведем DN. Из второго способа $CN = NK = \frac{1}{2}CK = 10$.

Из треугольника CDK по теореме Пифагора:

$$DN = \sqrt{CD^2 - DK^2} = \sqrt{225 - 100} = 5\sqrt{5}$$

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны. Значит, CL = CN = 10, DL = 5.

По теореме о касательной и секущей:

$$DL^2 = DS \cdot DN$$

$$25 = DS \cdot 5\sqrt{5} \quad => DS = \sqrt{5}$$

$$SN = 2r = 5\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

Отсюда следует, что $r = 2\sqrt{5}$.

Ответ: $r = 2\sqrt{5}$.

Библиографический список:

1. Александров А.Д. Геометрия: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – 3-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2014. – 175 с.

2. Атанасян Л.С. Геометрия. 7-9 классы: учеб. общеобразоват. организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 383 с.

3. Воистинова Г.Х., Киреева Е.А. Исследовательская и проектная деятельность учащихся в реализации ФГОС // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2020. – №12-2 (51). – С. 160-162.

4. Воистинова Г.Х., Семенова С.Ю. О формировании дивергентного мышления при решении планиметрических задач // Математическое моделирование процессов и систем: Материалы XII Межд. молодежн. науч.-практ. конф. Часть 2, 17-19 ноября 2022 г., г. Стерлитамак / отв. ред. С.В. Викторов. – Стерлитамак: Стерлитамакский филиал УУНиТ, 2022. – С. 132-138.

5. Гилфорд Д. П. Три стороны интеллекта // Психология мышления. – М.: Прогресс, 1965. – С. 8-12.

6. Дроботенко Н.М. Нестандартный урок математики по теме «Решение задач разными способами. Закрепление» // Начальная школа. – 2005. – № 1. – с. 58.

7. Мерзляк А.Г. Геометрия: 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2014. – 240 с.

8. Погорелов А.В. Геометрия 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. Организаций / А.В. Погорелов. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 240 с.