УДК 372.8 **Психолого-педагогические науки**

Воистинова Гюзель Хамитовна, *доцент, кандидат педагогических наук, Стерлитамакский филиал Уфимский университет науки и технологий*

Иванова Анастасия Евгеньевна, *студент, Стерлитамакский филиал Уфимский университет науки и технологий*

ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРНОГО ХАРАКТЕРА

Аннотация: В данной статье рассмотрены приемы решения олимпиадных задач комбинаторного характера, приводятся примеры задач с решениями.

Ключевые слова: олимпиадные задачи, комбинаторика, приемы, задачи комбинаторного характера.

Annotation: This article discusses methods for solving combinatorial Olympiad problems, provides examples of problems with solutions.

Keywords: Olympiad problems, combinatorics, techniques, combinatorial problems.

Среди олимпиадных задач по математике выделяют особый класс – логические задачи, которые обладают большим потенциалом. По мнению Г.Х. Воистиновой [4], к ним относятся и задачи комбинаторного характера.

Комбинаторика – это раздел математики, который изучает методы подсчета количества возможных вариантов комбинаций объектов. По мнению Д. Андерсона [1], комбинаторные задачи имеют особое значение, так как они позволяют школьникам развивать свои навыки аналитического мышления и логического вывода, а также расширять свой кругозор в сфере математики.

Комбинаторные задачи на олимпиадах могут быть различной сложности, от простых до более сложных заданий, которые требуют детального анализа условия задачи и выделения большого числа выборок.

Знание правил и основных формул комбинаторики может помочь участникам олимпиад успешно решать задачи и занять лучшую позицию в рейтинге. Кроме того, по мнению Н.Я Виленкина [3], при изучении комбинаторики, участники могут приобрести навыки, которые могут оказаться полезными в решении различных практических задач в будущем, связанных с распределением и управлением ресурсами.

Можно выделить несколько видов олимпиадных задач комбинаторного характера, которые встречаются на математических олимпиадах 5-6 классов:

1. Задачи на перестановки и сочетания. Например, сколько различных способов раскладывания десяти книг на две полки?

2. Задачи на построение графов. Например, дано 4 города и нужно соединить их дорожками так, чтобы каждый город был соединен с каждым другим. Сколько дорог потребуется?

3. Задачи на расстановку крестиков и ноликов. Например, сколько различных расстановок крестиков и ноликов на поле 3х3?

4. Задачи на размещения и сочетания с повторениями. Например, сколькими способами можно выбрать 3 пирожка из 5, если один и тот же пирожок можно выбирать несколько раз?

5. Задачи на деревья и леса. Например, сколькими способами можно соединить 7 точек линиями так, чтобы не было замкнутых фигур?

Задачи комбинаторного характера, характеризуются рядом особенностей. Как отмечает Н.Б. Истомина [5], одна из них заключается в том, что в задачах представлены различные комбинаторные ситуации, такие как составление числовых последовательностей, выбор подмножеств из заданного множества и расстановка объектов в заданном порядке

В частности, задачи могут быть связаны с подсчетом количества возможных вариантов событий, например, сколько существует различных комбинаций цифр в пин-коде.

Также часто в задачах такого вида требуется определить вероятность того или иного события, что требует умения вычислять вероятность и понимать, как разные факторы влияют на ее значение.

Комбинаторные задачи могут быть простыми или усложненными тем, что требуют использования разных методов комбинаторики, например, перестановок и сочетаний. Для решения таких задач требуется понимание базовых понятий комбинаторики, таких как факториал, сочетание и перестановка. Данные олимпиадные задачи изредка встречаются в олимпиадах 6 класса.

С точки зрения Д. Андерсона [1], иногда в задачах используются условия, которые могут быть не интуитивно понятными, поэтому для их решения необходим тщательный анализ формулировки задачи и выделение основных ее элементов.

Рассмотрим несколько приемов решения олимпиадных задач комбинаторного характера.

Первый и простой прием – перебор. Этот прием представляет собой полный перебор всех возможных вариантов решения задачи. Он может быть применен для небольших задач или когда другие методы не дают достаточно точного результата. Однако, в силу того, что временные затраты при переборе могут быть высокими, необходимо использовать этот прием только в крайних случаях, либо применять его модификацию – осознанный перебор, когда рассматриваются несколько частных случаев, на основании которых выводится общее правило для определения остальных случаев.

Следующий эффективный прием – шахматная доска. Шахматная доска – это простой и часто используемый инструмент в комбинаторике. Он может применяться для решения различных задач, например, задач на расстановки фигур. Для этого рекомендуется отметить место каждой фигуры на доске, исключив те варианты, в которых нарушены правила расстановки.

Прием комбинаторного анализа. Этот метод заключается в определении количества возможных различных вариантов решения задачи. К примеру, он может быть использован в задачах выбора представителя из набора объектов.

Прием представления задачи в виде матрицы или графа. Представление решения задачи в виде матрицы или графа может помочь лучше представить структуру задачи и упростить ее решение. Этот метод может быть использован в задачах на поиск оптимального пути или на определение связей между объектами.

Прием дерева всевозможных решений. Составляя различные комбинации, легко запутаться и потерять некоторые из них. Поэтому будет полезным воспользоваться данным приемом. Такая схема составляется в виде дерева. Если правильно построить дерево, то сложно упустить какой-либо вариант решения.

Рассмотрим примеры задач комбинаторного характера, которые часто встречаются на олимпиадах по математике в 5-6 классе, и применим рассмотренные выше приемы.

Прием перебора может использоваться, например, в олимпиадных задачах такого вида:

Задача 1. Для своих двух книжек Миша купил три различные закладки. Сколькими различными способами он может положить купленные закладки в книги?

Решение: Для того, чтобы решить задачу, обозначим закладками буквами алфавита п, р, с. Составим из этих букв все возможные варианты: пр, пс, рс, рп, сп, ср. Всего 6 способов.

Задача 2. Какие двузначные числа можно составить из следующих цифр: 5, 6, 7, 8?

Решение: Перебирая различные варианты перестановки цифр, получим числа: 55, 66, 77, 88, 56, 57, 58, 65, 67, 68, 75, 76, 78, 85, 86, 87.

Рассмотрим прием шахматной доски на примере следующей задачи [2]:

Задача 3. Можно ли с помощью коня пройти всю доску 7×7, при этом посетить каждую клетку по одному разу, а потом вернуться в начальную позицию?

Решение: С каждым ходом фигура будет менять цвет клетки. Чтобы пройти по всей доске и вернуться в первоначальное положение надо сделать 49 ходов. После этого конь остановится на клетке цвета, отличного от первоначального. Поэтому конечный ответ – нельзя.

Прием представления задачи в виде матрицы или графа рассматривается в следующей задаче:

Задача 4. На рисунке (Рис. 1) изображена схема дорог района N в виде графа; в таблице содержится информация о протяженности каждой дороги. Определите, какая будет протяженность дороги из пункта Б в В.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6
П1		10			8	5
П2	10			20	12	
П3				4		
П4		20	4		15	
П5	8	12		15		7
П6	5				7	

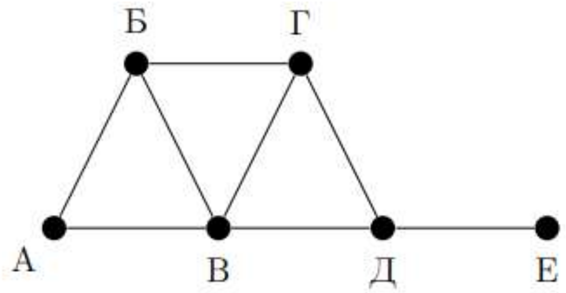

Рис. 1. Граф дорог района N.

Решение: Вершина Е соединена только с вершиной Д. Определим по таблице, с каким соседом соединить вершину. Вершина П3 соединена с вершиной П4. Можно сделать следующий вывод: П3 = Е, П4 = Д. Вершины В, П5 соединены с четырьмя соседями. Делаем следующий вывод, П5 = В. Вершина Д также соединена с вершиной Г. Вершина П4 соединена с П2. Отсюда вытекает следующий вывод, П2 = Г. Теперь следует заметить, что А и П6 соединены, поэтому П6 = А. Также П1 = Б. Сделаем окончательный вывод, П5 = В, П1 = Б. Длина дороги из Б в В будет равна 8.

Рассмотрим прием дерева всевозможных решений на следующей олимпиадной задаче:

Задача 5. Григорию нужно разложить 3 волшебных шара – красный, желтый, синий. Как Григорий может это сделать?

Решение: Начать можно с любого шара. Каждый шар – «корень» дерева, ветви – варианты расположения. Используй этот метод, можно насчитать всего 6 комбинаций.

Следует отметить, что интерес к комбинаторным задачам обусловлен несколькими причинами:

- комбинаторные задачи необычны и оригинальны своей формулировкой;
- приемы решения комбинаторных задач могут широко использоваться и в других в олимпиадных задачах.

Анализируя методическую литературу [1, 4], можно выделить основные преимущества решения олимпиадных задач комбинаторного характера в процессе обучения математике в 5-6 классах:

1. Развитие логического мышления. Решение задач комбинаторного характера требует логического и аналитического мышления, а также способности к абстрактному мышлению.
2. Создание пространства для творчества и экспериментирования. Решение задач данного вида может быть увлекательной игрой для детей, в ходе которой школьники могут обнаружить новые способы и приемы решения проблем.
3. Развитие коммуникативных навыков. Дети могут работать в группах или парами над решением задач, что требует способности к общению и сотрудничеству.
4. Развитие навыков принятия решений. Дети учатся принимать решения, основываясь на анализе данных и выборе наиболее эффективного решения.
5. Знакомство с реальными ситуациями. Многие комбинаторные задачи моделируют реальные ситуации, такие как подбор сувениров на подарки или составление меню на вечеринку. Это помогает детям понимать использование математических навыков в повседневной жизни. Таким образом, знакомство школьников с приемами решения задач комбинаторного характера

может помочь им быть более успешными на олимпиадах.

Библиографический список:

1. Андерсон Д. Дискретная математика и комбинаторика. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 324 с.

2. Баранов В.Н., Баранова О.В. Экстремальные задачи в дискретной математике. Метод раскраски: учебное пособие. – Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2015. – 56 с.

3. Виленкин, Н.Я. Индукция. Комбинаторика. – М.: Просвещение, 2019. – 219 с.

4. Воистинова Г.Х. Роль логических задач в обучении // Наука через призму времени. – 2019. – №5 (26). – URL: http://www.naupri.ru/journal/1858 (дата обращения: 03.06.23).

5. Истомина Н.Б. Учимся решать комбинаторные задачи. – М.: Синтег, 2015. – 755 с.