УДК 51-77 **Физико-математические науки**

Ленников Роман Витальевич*, ассистент кафедры Вычислительная механика и математика, Институт прикладной математики и компьютерных наук, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия*

ИНФОРМАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Аннотация: В статье рассмотрены аспекты моделирования сложных систем с позиции информационного подхода, а также предложен новый способ моделирования сложных систем на основе комбинированного критерия энтропии Реньи и показателя Херста. Модель позволяет более глубоко и полно анализировать сложные системы, учитывая их стохастические и фрактальные свойства.

Ключевые слова: сложные системы, энтропия Реньи, показатель Херста, информация, информационные компоненты.

Abstract: The article discusses aspects of modelling complex systems from the point of view of the information approach and also proposes a new method for modelling complex systems based on the combined Renyi entropy criterion and the Hurst exponent. The model allows a deeper and more complete analysis of complex systems, taking into account their stochastic and fractal properties.

Keywords: complex systems, Renyi entropy, Hurst exponent, information, information components.

Введение. Моделирование сложных систем является ключевым вопросом современной науки, которым занимается широкий спектр дисциплин от физики и биологии до социологии и экономики. Под сложными системами мы подразумеваем системы, которые состоят из множества взаимодействующих частей, и обладают свойствами, которые не могут быть просто суммированы из свойств их составляющих. Сложные системы характеризуются многообразием взаимодействующих компонентов, нелинейностью и часто выявляют непредсказуемое поведение. Информационные аспекты таких систем играют важную роль в их моделировании и понимании, прежде всего, потому что такие системы являются информационно-зависимыми, иными словами информация и информационные потоки в таких системах определяют как структуры системы, так и еще жизненный цикл, и текущее состояние.

Модели и методы анализа сложных систем. К настоящему времени уже сложился целый пласт моделей и методов анализа сложных систем, которые уже рассматривают информацию как ключевую особенность. Информация, в широком смысле, является ключевым ресурсом в этих системах, который позволяет частям системы взаимодействовать друг с другом и влиять на поведение системы в целом. Например, в социальной сети информация передается от пользователя к пользователю, а в экономическом рынке информация о ценах и товарах влияет на поведение покупателей и продавцов.

Понимание и моделирование сложных систем требуют использования набора теоретических инструментов и концепций, которые можно связать с информационными аспектами этих систем. В центре таких концепций находится теория информации, предложенная К. Шенноном, и ее обобщения. С информацией неразрывно связана энтропия.

Теория информации определяет аппарат для количественного описания и анализа передачи и обработки информации. Она определяет основные понятия в контексте анализа сложных информационно-зависимых систем, среди которых информационная энтропия – мера неопределенности или случайности в данных, или системе. Это понятие применимо к моделированию сложных систем, где часто присутствуют неопределенность и случайные процессы. Информационная энтропия используется для анализа сложности системы и ее изменений со временем. В сложной системе, такой как социальная сеть или экономический рынок, энтропия служит мерой неопределенности об общем состоянии системы, основанной на доступной информации. Использование энтропии определяет, насколько предсказуема система, и какие факторы влияют на ее неопределенность.

При моделировании сложных систем информационная энтропия может быть использована для оценки эффективности передачи информации в системе. Например, в социальной сети с помощью таких моделей можно оценить насколько эффективно информация распространяется между пользователями. В экономическом контексте это может быть использовано для оценки эффективности рынка.

Также стоит упомянуть об идеях и методах теории графов и сетевого анализа, которые играют важную роль в моделировании информационно-определенных сложных систем. Сложные системы часто представляются в виде сетей, где узлы представляют отдельные элементы, а ребра представляют взаимодействия или связи между ними. Информация в таких системах передается по сети от узла к узлу, и анализ этих сетей позволяет понять, как информация распространяется и влияет на систему в целом.

Основой любой сложной системы является взаимодействие между ее компонентами. В контексте информационного моделирования это взаимодействие включает передачу и обработку информации. Математическое моделирование этих процессов – ключевой шаг к пониманию и анализу поведения сложных систем.

В качестве общего подхода, стохастические модели, такие как марковские процессы и цепи Маркова, используются для моделирования случайной передачи информации в сложных системах. Эти модели предполагают, что состояние системы в каждый момент времени зависит только от ее предыдущего состояния и некоторого случайного процесса. Хотя это упрощение может не всегда быть точным в реальных системах, оно обеспечивает полезную основу для анализа и предсказания поведения системы.

С другой стороны, детерминированные модели, такие как дифференциальные уравнения, могут быть использованы для моделирования более структурированных и предсказуемых информационных процессов. Эти модели предполагают, что состояние системы в каждый момент времени определяется точной функцией ее предыдущего состояния. Они могут быть особенно полезны для моделирования систем, в которых важны долгосрочные тренды и динамика.

Более сложные модели могут комбинировать стохастические и детерминированные элементы, чтобы лучше отражать сложность реальных систем. Например, стохастические дифференциальные уравнения могут моделировать системы, в которых присутствуют как случайные, так и предсказуемые процессы.

Важно отметить, что выбор подхода к моделированию должен основываться на специфике каждой конкретной системы и целях исследования. В некоторых случаях более простые модели могут быть предпочтительными из-за их интерпретируемости и вычислительной эффективности, в то время как в других случаях более сложные модели могут быть необходимы для точного отражения динамики системы.

После моделирования информационных процессов в сложных системах следующим шагом является анализ этих процессов с помощью подходящих информационных метрик. Эти метрики могут быть использованы для оценки различных параметров системы, включая ее сложность, неопределенность и способность к передаче информации.

Одной из наиболее важных информационных метрик является информационная энтропия. Энтропия может служить мерой неопределенности системы, основанной на доступной информации. Она может быть использована для определения степени сложности системы и ее изменений со временем.

Другой важной информационной метрикой является взаимная информация, которая измеряет степень статистической зависимости между двумя переменными. В контексте сложных систем это может означать степень взаимного влияния между двумя компонентами системы. Измерение взаимной информации может помочь определить, какие части системы наиболее важны для ее общего поведения.

Стоит также упомянуть об информационном расстоянии, которое может быть использовано для измерения степени различия между различными состояниями системы. Это может быть полезным для анализа динамики системы и определения тенденций или переходов в ее поведении.

Наконец, существуют и другие, более сложные информационные метрики, такие как информационная скорость и информационная емкость, которые могут быть использованы для измерения скорости и объема передачи информации в системе. Эти метрики могут быть особенно полезными при анализе систем с большим количеством взаимодействующих компонентов, таких как социальные сети или экономические рынки.

Новый подход к анализу сложных систем. Существующие методы и подходы могут не всегда адекватно описывать сложные структуры и динамику систем, особенно когда речь идет о системах с фрактальной и стохастической природой. В связи с этим, важным является исследование новых подходов к моделированию сложных систем, основанных на информационных метриках, таких как энтропия Реньи [1] и показатель Херста [4], которые могут описывать как фрактальные, так и стохастические свойства данных.

Целью данной работы является разработка и изучение нового подхода, который бы объединил преимущества энтропии Реньи и показателя Херста в одной модели. Данный подход открывает новые возможности в области моделирования сложных систем.

Одной из наиболее важных информационных метрик является энтропия Шеннона, которая описывает степень неопределенности или случайности системы. Энтропия Реньи представляет собой обобщение энтропии Шеннона и позволяет учесть различные аспекты распределения вероятностей. Она дает гибкость в анализе различных видов неопределенности и позволяет более точно описывать сложные системы, особенно когда речь идет о системах с фрактальной или мультифрактальной структурой [2, 3].

Показатель Херста используется для описания корреляционных свойств временных рядов и позволяет анализировать стохастические процессы с долгосрочной зависимостью. Он является ценным инструментом для изучения сложных систем, в которых долгосрочные корреляции и зависимости играют важную роль.

Будем рассматривать информацию как долгосрочную составляющую в информационно-зависимой системе, определяющую следующие состояния системы от предыдущих. В этом контексте к системе применим анализ на основе комбинации указанных выше метрик. Мы подчеркнули значимость энтропии Реньи и показателя Херста в контексте анализа сложных систем, однако, в классическом подходе, эти две метрики обычно используются независимо. Предлагается ввести комбинированную модель, основанную на энтропии Реньи и показателе Херста, такой индекс может более адекватно описывать сложные системы, учитывая их фрактальную и стохастическую природу. Это особенно важно при анализе систем с долгосрочными зависимостями и мультифрактальной структурой.

Пусть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ представляет собой временной ряд или последовательность данных. Энтропия Реньи этой последовательности для порядка q определяется как:

$$R_q(X) = \frac{1}{1-q} \log \sum_{i=1}^{n} p(x_i)^q,$$

где $p(x_i)$ обозначает вероятность появления x_i в последовательности.

Показатель Херста $H(X)$ определяется через анализ автокорреляционной функции временного ряда. Для дискретного временного ряда X показатель Херста можно оценить по формуле:

$$H(X) = \frac{\log(R(n)) - \log(R(1))}{\log(n) - \log(1)},$$

где $R(n)$ обозначает диапазон отклонений в X в пределах n наблюдений.

Комбинированный индекс, основанный на энтропии Реньи и показателе Херста, может быть вычислен как:

$$I(X)=\alpha R_q(X)+(1-\alpha)H(X),$$

где α является весовым коэффициентом, который определяется исследователем в зависимости от специфики исследуемой системы.

Энтропия Реньи принимает значения от *0* до бесконечности. Значение *0* означает, что система полностью определена (то есть нет случайности), в то время как большие значения указывают на большую неопределенность или случайность в системе. Показатель Херста принимает значения от *0* до *1*. Значение *0,5* означает отсутствие автокорреляции, значения меньше *0,5* указывают на обратную автокорреляцию (то есть, будущие значения имеют тенденцию быть противоположными прошлым), а значения больше *0,5* указывают на положительную автокорреляцию (то есть, будущие значения имеют тенденцию быть похожими на прошлые).

Комбинированный индекс может быть вычислен как взвешенное среднее энтропии Реньи и показателя Херста, с весами, которые определяются исследователем в зависимости от специфики исследуемой системы. Такой индекс может принимать значения от *0* до бесконечности, и его интерпретация будет зависеть от конкретного контекста и выбранных весов. В общем случае, большие значения индекса указывают на более сложные и менее предсказуемые системы, в то время как меньшие значения указывают на более простые и более предсказуемые системы.

В качестве адаптации модели можно рассматривать нормированную энтропию Реньи. Весовой коэффициент используется для балансировки вклада различных метрик в комбинированный индекс. Выбор подходящего весового коэффициента является важным этапом и зависит от многих факторов, включая специфику исследуемой системы и цели исследования. В общем случае, нет единого «правильного» значения для весового коэффициента; он должен быть выбран на основе понимания исследователем природы исследуемых данных и их отношений.

Например, если исследователь считает, что стохастические свойства системы (которые оцениваются с помощью энтропии Реньи) более важны для его анализа, он может выбрать более высокий вес для энтропии Реньи. С другой стороны, если исследователь хочет больше сосредоточиться на долгосрочных зависимостях в данных (которые оцениваются с помощью показателя Херста), он может выбрать более высокий вес для показателя Херста.

Заключение. Информационный подход к моделированию сложных систем представляет собой мощный инструмент для исследования этих систем и представляет большой потенциал для дальнейшего прогресса в этой области.

Новизна предлагаемого подхода заключается в комбинировании энтропии Реньи и показателя Херста в одной метрике. Это позволяет более глубоко и полно анализировать сложные системы, учитывая их стохастические и фрактальные свойства. Данный подход позволяет обнаружить структуры и динамику, которые могут быть упущены при использовании традиционных методов.

Библиографический список:

1. Башкиров А. Г. Энтропия Реньи как статистическая энтропия для сложных систем // Теоретическая и математическая физика, 2006, 149:2, – С. 299–317.

2. Ленников Р. В. Энтропийные модели идентификации информационной составляющей в сложных сетевых системах // Электронное периодическое издание «Наукосфера» – Смоленск, 2023. – № 4 (2). – Режим доступа: http://nauko-sfera.ru (дата обращения: 01.05.2023 г.).

3. Ленников Р. В. Математическая модель фазовых переходов в сложных информационно–определенных системах // Научный аспект. – 2020. – № 2. – С. 2070–2075.

4. Херст Г. Э. Долгосрочная вместимость водохранилищ. Труды Американского общества гражданских инженеров, – 1951. – № 116 – С. 770 – 808.